

Министерство образования и науки Российской Федерации
Томский государственный университет

На правах рукописи



Кожевников Василий Юрьевич

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ГАЗЕ И
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ С
ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ЧАСТИЦЕЙ

01.04.02 – теоретическая физика

Диссертация
на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физ.-мат. наук
А.В. Козырев

Томск, 2007 г.

*Посвящается светлой памяти
моего деда, создателя и директора
завода разделения изотопов
Сибирского химического комбината
(Объекта №1), Василия Фёдоровича
Кожевникова (1913-1992), в знак
преклонения перед его трудолюбием
и профессионализмом*

ОГЛАВЛЕНИЕ

Оглавление	3
Введение	5
Глава 1. Общие экспериментальные и феноменологические представления о тлеющем разряде	13
1.1 Определение и внешний вид тлеющего разряда	13
1.2 Основные физические процессы в тлеющем разряде	18
1.3 Законы подобия в газовых разрядах	24
1.4 Сущность явления электрического пробоя	25
1.5 Вольтамперная характеристика разряда между электродами	28
Глава 2. Основные теоретические модели тлеющего разряда и их недостатки	31
2.1 Катодный слой тлеющего разряда	31
2.2 Теория катодного падения напряжения Энгеля-Штеенбека	32
2.3 Теория катодного падения напряжения Ворда (A.L. Ward)	36
2.4 Теория прикатодной области нормального тлеющего разряда при средних давлениях	39
2.5 Основные предпосылки к созданию новой дрейфовой модели	42
Глава 3. Теория нормального тлеющего разряда повышенного давления	44
3.1 Основные теоретические положения	44
3.2 Общее решение задачи	48
3.3 Структура прикатодной области модели	50
3.4 Приближённое решение уравнений теории для катодного слоя	53
3.5 Приближённое решение уравнений теории в промежуточном слое	57

3.6	Вольтамперная характеристика тлеющего разряда	59
3.7	Нормальный тлеющий разряд	63
3.8	Аномальный тлеющий разряд	65
3.9	Выводы к Главе 3	68
Глава 4. Теория объёмного разряда с внешней ионизацией		
	и тройной рекомбинацией заряженных частиц в газе высокого давления	72
4.1	Основные теоретические положения	72
4.2	Математическая модель промежутка	75
4.3	Объёмный разряд с внешней ионизацией в длинном промежутке	80
4.4	Объёмный разряд с внешней ионизацией в коротком промежутке	86
4.5	Выводы к Главе 4	93
Глава 5. Электродинамическая сепарация субмиллиметровых		
	электропроводящих частиц	94
5.1	Постановка задачи	94
5.2	Сила, действующая на ограниченное распределение тока в слабо неоднородном магнитном поле	96
5.3	Магнитный момент электропроводящей частицы	99
5.4	Воздействие на проводящую частицу с помощью одной магнитной катушки	101
5.5	Воздействие на проводящую частицу с помощью двух магнитных катушек	108
5.6	Выводы к Главе 5	118
Заключение и выводы по диссертации		120
Список литературы		123

ВВЕДЕНИЕ

В современной физике построение теоретических моделей различных процессов является важнейшим инструментом изучения окружающей действительности. В числе наиболее приоритетных направлений теоретических исследований следует отметить моделирование сложных явлений в многокомпонентных средах, например, таких как плазма. Даже несмотря на то, что очень многие теоретические модели, в силу своей математической сложности, не имеют точных аналитических решений, их существование позволяет не только предсказывать характер протекания того или иного процесса, но и делать общие выводы о физическом явлении в целом. Это особенно актуально, когда экспериментальных данных просто недостаточно для выявления ключевых закономерностей, свойственных исследуемому феномену. На сегодняшний день многие сложные физические явления вполне хорошо изучены с позиции эксперимента, однако существующие наблюдения не имеют предсказательной силы ввиду отсутствия некой общей теории для их описания.

Все математические модели, так или иначе, абстрагированы от наблюдаемой реальности. Уровень абстракции непосредственно определяется той предсказательной силой и точностью расчётов, которая требуется в конечном итоге. Следует особо отметить хорошо известный факт, что сформулировать строгую математическую модель определенных физических явлений (нестационарных, имеющих существенные нелинейности и пр.) порой не представляется возможным. В таких случаях предпочтение отдаётся упрощённым теоретическим моделям. Несмотря на то, что подобные модели содержат существенные приближения, они, тем не менее, обладают конструктивной простотой, а также представляют широкие перспективы для построения дальнейших обобщений и необходимых уточнений. **Основная цель**, которую ставит перед собой автор настоящей

диссертации, заключается в построении теоретических моделей, которые позволяли бы давать количественные оценки важнейших параметров исследуемых явлений. Особый акцент делается на получении точных или приближённых аналитических выражений для основных физических параметров, характеризующих описываемые процессы.

В первой части диссертационной работы последовательно излагается оригинальная теория нормального тлеющего разряда и её наиболее важные обобщения. Само по себе, явление разряда известно уже более двух веков, поэтому в научных кругах сформировалась устойчивая классификация типов разряда и соответствующая терминология [1-4]. Современные представления о разрядах в газах существенно расширились в процессе изучения таких явления как оптический и высокочастотный разряд в газе [5, 6]. Разрядом вообще, с определёнными оговорками, можно называть любой процесс протекания тока через газ или сам процесс возникновения плазменного состояния.

Тлеющий разряд является одной из наиболее распространённых форм самостоятельного разряда в газе. Несмотря на то, что данная форма протекания тока в газе известна в классической физике достаточно давно и нашла широкое применение в промышленных установках и бытовых приборах, до сих пор на пути исследователей существуют серьёзные затруднения. Такая ситуация имеет место в связи с тем, что изучение многих форм несамостоятельных и самостоятельных разрядов в газе (в том числе и тлеющего разряда) сопряжено с рассмотрением процессов, протекающих в приэлектродных слоях. Их влияние имеет ключевое значение для формирования и горения разрядов. Приэлектродные области отличаются от других участков разряда тем, что в них осуществляется переход от металлической формы проводимости (электроды) к плазменной проводимости (столб квазинейтральной плазмы). Если каким-либо образом удаётся верно описать процессы вблизи катода и анода, то можно говорить о

глобальном понимании физической сущности газового разряда. К сожалению, существуют серьёзные теоретические и экспериментальные затруднения при изучении приэлектродных процессов. Экспериментаторы неизменно сталкиваются с тем, что, при линейных размерах разрядной трубки в несколько сантиметров, ширина околоэлектродной зоны имеет размер порядка масштаба Дебая - $\lambda_D \sim 10^{-4} \div 10^{-2}$ см. Строгие теоретические модели также являются малопродуктивными, так как наличие сильных градиентов концентраций, напряжённостей и температур усложняет постановку задачи и зачастую даже не позволяет сформулировать замкнутую математическую модель. Так, например, можно записать систему кинетических уравнений для сильно аномального тлеющего разряда в водороде и гелии [7, 8], но неизвестно, как это сделать для других газов и газовых смесей. К недостаткам строгих математических моделей можно также отнести отсутствие точных аналитических результатов даже в наиболее простых случаях.

Вот почему многие теоретики газового разряда стараются иметь дело с более или менее упрощёнными моделями реальных процессов. Успех таких моделей определяется правдоподобностью предсказываемых результатов и наличием удобных аналитических решений или оценок. Интерес автора к данному разделу классической физики продиктован тем, что до сих пор не удавалось создать универсальную теорию нормального тлеющего разряда, которая бы давала количественное согласие с экспериментом, даже принимая во внимание тот факт, что экспериментально тлеющий разряд изучен достаточно хорошо. Отсутствие адекватных моделей нормального тлеющего разряда не позволяло проводить обобщений на другие формы объёмного разряда, исследование которых также не менее актуально.

Другой нетривиальной задачей классической физики, которой также уделено внимание в настоящей диссертационной работе, является проблема электродинамического ускорения мелких проводящих частиц. Интерес к этой

области исследования объясняется, прежде всего, исключительной практической необходимостью надёжно отделять проводящие частицы от диэлектрической породы. Следует также отметить, что результаты исследований актуальны и для прикладных задач криминалистики, в которых требуется детектировать мельчайшие металлические частицы в сыпучих материалах. Сейчас хорошо известны методы механической и химической очистки руды от побочных материалов [9], но они, однако, неприменимы к частицам, имеющим субмиллиметровые размеры. Возможности магнитомеханической сепарации также ограничены ввиду того, что градиента магнитного давления вблизи постоянных магнитов недостаточно для сообщения мелким частицам существенного механического импульса.

Среди наиболее эффективных, по мнению автора, методов ускорения объектов указанных размеров в диссертационной работе исследуется метод, основанный на фундаментальном явлении классической электродинамики – силе Ампера [10, 11]. Если создать в проводящей частице индукционный ток, например приложением внешнего нестационарного магнитного поля, то частица, взаимодействуя с этим полем, будет ускоряться благодаря действующей на неё силе Ампера. Общая идея этого метода известна давно. Она заключается в воздействии на металлическую частицу нестационарным и неоднородным магнитным полем. Однако в свете решения иных задач, например вопросов излучения релятивистского электрона, ей не уделялось достаточного внимания. Как и для нормального тлеющего разряда, суть задачи заключалась в получении количественных результатов, которые бы соответствовали имеющимся в нашем распоряжении экспериментальным данным.

В настоящей диссертационной работе **на защиту выносятся следующие положения:**

- Предложена внутренне непротиворечивая теоретическая модель прикатодной области тлеющего разряда с учётом объёмной гибели

заряженных частиц, дрейфовые скорости которых определяются только локальными значениями напряжённости электрического поля. Показано, что корректная теория, позволяющая описать непрерывный токоперенос в газовом разряде высокого давления от катода до области квазинейтральной плазмы, должна обязательно учитывать объёмную гибель заряженных частиц. В рамках данной модели впервые были получены согласованные с известными экспериментальными данными совокупности основных параметров нормального тлеющего разряда для различных газов.

- Данная модель распространена на несамостоятельный разряд, разряд с ионизационным размножением и разряд с дополнительной эмиссией электронов с катода. В рамках этих обобщений впервые были получены полные вольтамперные характеристики объёмного разряда для широкого диапазона плотностей токов в газоразрядных промежутках произвольной длины с включением внешней ионизации и/или дополнительной эмиссии электронов с катода. Полученные характеристики также находятся в хорошем согласии с экспериментом.

- Впервые теоретически обоснована возможность реализации метода электродинамического ускорения субмиллиметровых проводящих частиц в нестационарном и неоднородном магнитном поле до скоростей порядка нескольких десятков см/с. Исходя из возможностей современной электрофизической техники, предложена модель установки, позволяющей эффективно воздействовать на проводящие объекты малого размера с помощью двух электромагнитов, подключенных к сильноточным импульсным источникам тока.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитируемой литературы, содержащего *104* наименования. Каждая глава завершается перечислением основных выводов по ней. Общий объём работы составляет *131* страниц, в том числе *25* рисунков.

В первой главе приводятся общие сведения о процессах, протекающих в тлеющем разряде. Здесь же определяются основные понятия и термины, которые использованы в дальнейшем рассмотрении. Особое внимание уделено краткому описанию явления пробоя промежутка и условиям ионизационного усиления тока. Кроме того, приводятся необходимые постоянные, характеризующие элементарные процессы в газе, такие как подвижности заряженных частиц, постоянные Таунсенда и тому подобные.

Вторая глава посвящена критическому литературному обзору имеющихся на сегодняшний день теоретических работ, в которых проводились исследования нормального и слабо аномального тлеющих разрядов. Предпочтение в данной главе отдаётся рассмотрению так называемых «дрейфовых» моделей, то есть моделей, скорость частиц в которых определяется локальной напряжённостью электрического поля. В конце краткого обзора для каждой модели указываются её основные достоинства и недостатки. Особое внимание обращается на существенные отличия между наглядными дрейфовыми моделями и теориями, базирующимися на рассмотрении газоразрядного промежутка с точки зрения классической физической кинетики.

В третьей главе изложена оригинальная модель прикатодной области нормального тлеющего разряда высокого давления. Данная теория впервые позволила получить хорошее согласие с экспериментальными данными по плотности тока и напряжению горения нормального тлеющего разряда для целого ряда газов, для которых хорошо известны скорости дрейфа ионов и электронов, коэффициенты Таунсенда и прочие параметры. Отмечается, что ключевой особенностью предложенной модели является наличие переходной области между слоем объёмного заряда и положительным столбом. С позиции данной теории объясняется причина, по которой ранние модели с дрейфовым приближением не имели большой предсказательной силы. Здесь

же намечены возможные перспективы дальнейших исследований и наиболее вероятные обобщения.

Четвертая глава посвящена дальнейшему развитию теории нормального тлеющего разряда и её применению для описания других форм протекания тока в газоразрядном промежутке. В этой главе представлена модель объёмного разряда с внешней ионизацией газа, описываемой в наиболее общем виде. В отличие от изложенного в третьей главе модельного способа учёта убыли частиц, здесь, в уравнении непрерывности, применяется точное выражение, описывающее трёхчастичную объёмную рекомбинацию. Система обыкновенных дифференциальных уравнений модели решается численно. В целом, результаты расчётов в рамках более точной модели в области самостоятельного разряда полностью подтверждают результаты, полученные в третьей главе, в частности о функции слоя объёмного заряда и о промежуточном слое. Новизна заключается в том, что впервые удалось получить вольтамперные характеристики как для тлеющего разряда с внешней ионизацией, так и для несамостоятельного разряда в промежутках любой длины. Прежде всего, интерес представляет описание разряда с коротким межэлектродным расстоянием, который является наиболее характерным примером объёмного протекания тока в газе высокого давления. На основании вольтамперной характеристики объёмного разряда в коротком промежутке легко получить вольтамперную характеристику для любого промежутка.

В **пятой главе** автор переходит ко второму тематическому разделу диссертации, посвящённому электродинамическому ускорению субмиллиметровых проводящих частиц. Во введении к главе дано некоторое количество справочной информации о происхождении проблемы и о возможных путях её решения, предложенных ранее. Затем излагается основная, оригинальная идея ускорения объектов такого масштаба с помощью внешнего нестационарного и слабо неоднородного магнитного

поля. Среди простейших конфигураций поля предлагается использовать поля, создаваемые плоскими катушками. Расчёты показали, что использование установки с одной катушкой неэффективно для ускорения малых частиц. Для решения проблемы предлагается использовать устройство, в котором импульсные токи пропускаются через две катушки, расположенные соосно. Создаваемая таким образом конфигурация «бегущего» поля в месте нахождения частицы позволяет сообщать частицам скорости, достаточные для их эффективной сепарации. В заключении главы приводятся приближённые аналитические выражения для скорости ускоряемой частицы в зависимости от параметров системы.

ГЛАВА 1. ОБЩИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ И ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ

1.1 Определение и внешний вид тлеющего разряда

Тлеющий разряд – это самоподдерживающаяся форма электродного разряда с холодным катодом, который испускает электроны в результате вторичной эмиссии, осуществляемой преимущественно соударением положительных ионов с поверхностью катода. Классический прибор, который используется для наблюдения тлеющего разряда – это разрядная трубка [1]. Для тлеющего разряда в трубках радиуса порядка 1 см и длиной $10\text{-}100\text{ см}$ при давлениях $10^{-2}\text{-}10^2\text{ Тор}$ характерны напряжения $10^2\text{-}10^3\text{ В}$ и токи $10^{-4}\text{-}10^{-1}\text{ А}$. В шестидесятые годы получил широкое распространение тлеющий разряд в мощных газоразрядных лазерах [3, 12]. Этот разряд используется для получения активной среды газовых электроразрядных лазеров. Геометрия камеры лазерного устройства и форма электродов существенно отличается от классической разрядной трубки. Напряжение и токи разряда также отличаются от классических значений на порядки. Но главные отличительные признаки тлеющего разряда – приэлектродные слои и протяжённый столб плазмы, заполняющий основное межэлектродное пространство, в таких условиях сохраняются. Для электронейтральной области разряда используется исторически сложившийся термин – «положительный столб». Именно он служит активной средой для электроразрядного лазера, он же заполняет основное пространство газоразрядной трубки. Помимо положительного столба, ключевыми компонентами любого тлеющего разряда являются прикатодный (катодный) и прианодный (анодный) слои. В катодном слое сконцентрирован наибольший объёмный заряд, максимальное электрическое поле и значительное падение напряжения, более 200 В , которое кратко называется

«катодным падением». Толщина приэлектродных слоёв обратно пропорциональна давлению газа в трубке. Исключительная важность приэлектродных слоёв подтверждается экспериментом, в котором показано, что при достаточном сближении электродов разряд горит, когда для положительного столба уже нет места. Однако если не хватает расстояния для образования должного катодного слоя, то разряд не загорается или гаснет [1, 3, 13, 14].

Картина свечения тлеющего разряда в классической газоразрядной трубке [1, 3] представляет собой характерное чередование светлых и темных слоёв. При низких давлениях порядка 10^{-1} Тор картина слоёв растягивается на несколько сантиметров и в ней выделяют следующие участки (от катода к аноду): астоново тёмное пространство, катодное свечение, тёмное катодное пространство, отрицательное свечение, фарадеево тёмное пространство, положительный столб, анодное тёмное пространство и анодное свечение (см. Рисунок 1.1). Иногда [15] положительный столб имеет стратифицированный вид в виде чередования одинаковых по размеру тёмных и светлых областей.

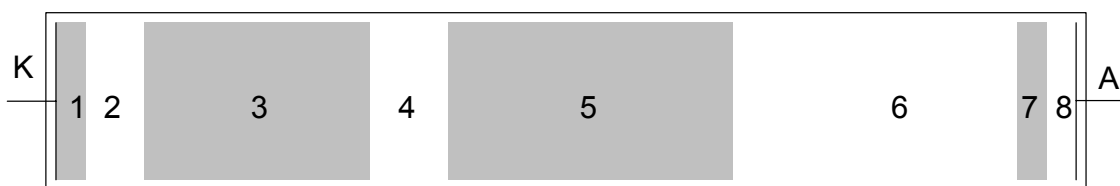


Рисунок 1.1. Экспериментальная картина свечения тлеющего разряда в наиболее общем случае. Серым цветом обозначены затемнённые области разрядной трубки, белым – области свечения различной интенсивности. От катода к аноду изображены следующие области: 1 – астоновое тёмное пространство, 2 – катодное свечение, 3 – катодное тёмное пространство, 4 – область отрицательного свечения, 5 – фарадеево тёмное пространство, 6 – положительный столб, 7 – анодное тёмное пространство, 8 – анодное свечение.

При низких давлениях $p \sim 10^{-2}$ Тор и малых расстояниях между электродами для положительного столба нет места, и видна в основном область отрицательного тлеющего свечения, от которой разряд получил своё название. Её свечение всегда имеет наибольшую интенсивность. При повышении давления газа, все слои сжимаются и стягиваются к катоду. При больших давлениях, около $p \sim 100$ Тор, создаётся впечатление, что светится поверхность катода.

Если поддерживать давление постоянным и постепенно сближать электроды, то сначала будет уменьшаться длина положительного столба. После того как он пропадет, уменьшится и исчезнет фарадеево пространство, а за ним и отрицательное свечение. Пока есть место для катодного слоя - разряд может гореть, дальнейшее сближение электродов требует создавать дополнительные условия для поддержания тока в промежутке.

Наличие сложной картины свечения объясняется [16, 17] способностью электронов, обладающих различной энергией, возбуждать атомы и ионы газа в разрядном промежутке. Эмитируемые электроны имеют энергию порядка нескольких эВ и не способны возбуждать молекулы газа у катода. Так формируется тёмное астоново пространство, пройдя которое, электроны уже набирают достаточно энергии для возбуждения атомов на ряд энергетических уровней, поэтому катодное свечение имеет неоднородное свечение. По мере увеличения кинетической энергии, сечение возбуждения постепенно уменьшается, и катодное свечение сменяется тёмным катодным пространством.

Как отмечалось ранее, в прикатодной области сконцентрирован наибольший объёмный заряд. Непосредственно эмиссия электронов с катода является только иницирующим фактором для процесса рождения заряженных частиц – механизма Таунсенда. В катодном слое тлеющего разряда электроны набирают энергии превосходящие потенциал ионизации, поэтому последовательные акты ионизации приводят к появлению

электронных лавин. Электронная лавина развивается в пространстве неравномерно, вследствие приобретения электронами хаотической скорости при соударении, но наибольшее количество электронов нарождается именно в конце катодного слоя. Там энергии электронов невелики, но они находятся в максимуме функций возбуждения атомов газа, в результате чего возникает яркое отрицательное свечение. Фарадеево пространство появляется, когда электроны в отрицательном свечении утрачивают энергию, необходимую для возбуждения. В положительном столбе напряжённость электрического поля намного меньше, чем в катодном слое, поэтому часть электронов утрачивают способность к возбуждению атомов. Большинство электронов имеют энергии $1-2 \text{ эВ}$, но среди них есть небольшая часть быстрых электронов, которые совершают акты возбуждения атомов и ионной компоненты плазмы, и обеспечивают свечение столба. Анод отталкивает ионы, а электроны из столба вытягивает. Эти электроны опять получают достаточно энергии для возбуждения атомов или молекул газа, так возникает анодное свечение.

В целом, картина свечения является лишь внешним признаком тлеющего разряда и не даёт достаточной информации для описания физических процессов, благодаря которым разряд зажигается и горит. Дополнительную и более объективную информацию предоставляют экспериментальные измерения основных его параметров: напряжённости электрического поля, потенциала, плотностей заряженных частиц, плотностей токов и прочих - в сечении тлеющего разряда от катода к аноду. Здесь мы вновь возвращаемся к условному делению межэлектродного промежутка на катодный слой, анодный слой и положительный столб.

Положительный столб (включая и слой отрицательного свечения) состоит из слабоионизованной неравновесной плазмы, поэтому, как и следовало ожидать, в этой зоне разряда все физические параметры квазистационарны. В силу того, что концентрации положительных ионов и электронов примерно одинаковы, объёмный заряд равен нулю, за

исключением области отрицательного свечения, где иногда наблюдается небольшой отрицательный объёмный заряд. Данное явление объясняется тем, что помимо электронов лавины, в область отрицательного свечения попадает небольшая доля [1] (около 2%) быстрых электронов, которые проходят катодный слой бесстолкновительно. Они создают избыточную концентрацию частиц отрицательного заряда, определяемую значениями энергии, приобретённой электронами у катода, поэтому говорят, что такой процесс носит нелокальный характер.

Катодный слой существенно отличается от положительного столба крайне неравномерным распределением физических параметров. Здесь сконцентрирован наибольший положительный объёмный заряд, создаваемый положительными ионами, который существенно искажает внешнее поле, приложенное к электродам. Катодный слой является своеобразной ионизационной камерой разряда, где посредством Таунсендовского механизма ударной ионизации нарождается основная масса ионов, которые осуществляют основной токоперенос вблизи катода. Положительно заряженные частицы притягиваются катодом и гибнут в результате рекомбинации. В переходной области между катодным слоем и положительным столбом их концентрация значительно снижается. На границе с плазмой проводимость преимущественно электронная как благодаря электронам, рождённым в результате лавинного размножения, так и за счет инъекции быстрых электронов в область отрицательного свечения. В катодном слое наблюдается резкий, почти линейный, спад напряжённости электрического поля до некоторого значения, сравнимого с величиной поля в плазме. Между катодным слоем и положительным столбом существует протяжённая переходная область, в которой поле иногда принимает отрицательные значения, что объясняется наличием избыточного отрицательного объёмного заряда у границы с плазмой.

В отличие от катодного слоя, прианодная область характеризуется небольшой неоднородностью параметров разряда. Практически это объясняется малым размером данной области, в которой электроны не имеют достаточно места для ускорения полем. Они образуют малый отрицательный объёмный заряд у анода. Электроны, вышедшие из положительного столба имеют малую начальную скорость. Здесь они ускоряются в направлении анода и приобретают энергию, достаточную для возбуждения газа, поэтому анод оказывается покрытым светящимся слоем – анодным свечением, которое иногда распадается на отдельные светящиеся (анодные) пятна [18, 19, 20].

1.2 Основные физические процессы в тлеющем разряде

Для того чтобы построить адекватную математическую модель тлеющего разряда необходимо определить те физические явления, благодаря которым формируется и горит разряд. Как уже было ранее отмечено, носителями тока являются ионы и электроны, которые движутся в промежутке между электродами под действием электрического поля. В отличие от движения частиц в вакууме, заряды в газе не имеют возможности равномерно ускоряться из-за частых соударений с другими частицами. Такое движение называется дрейфовым [1, 3]. В неоднородном и нестационарном поле скорость дрейфа v_d будет определяться локальным мгновенным значением напряжённости поля. В простейшем случае скорость пропорциональна E , а коэффициент пропорциональности, называемый подвижностью, принимает постоянное значение. Так как средняя энергия электронов зависит от поля, то экспериментально определённая зависимость $v_d(E)$ [21-29] не будет строго линейной. Тем не менее, в определенных условиях использовать линейное приближение вполне уместно.

Таблица 1.1. Значения подвижностей ионов и электронов в различных газах. Данные на основании экспериментальных наблюдений [21-29].

Газ	Подвижность ионов $см^2 \cdot Top / (В \cdot сек)$	Подвижность электронов $см^2 \cdot Top / (В \cdot сек)$
Гелий	8×10^3	10^6
Неон	$2,9 \times 10^3$	10^6
Аргон	10^3	3×10^5
Криптон	$6,2 \times 10^3$	2×10^5
Ксенон	4×10^3	8×10^4
Азот	$2,5 \times 10^3$	$3,7 \times 10^5$
Воздух	$1,4 \times 10^3$	5×10^5
Водород	6×10^3	$3,5 \times 10^5$

В большинстве разрядов создаются такие условия, когда помимо неоднородного электрического поля образуются градиенты концентраций заряженных и нейтральных частиц. Неоднородность плотности частиц в пространстве порождает диффузионный поток или диффузию [1, 3]. Скорость диффузии не зависит от внешних электрических полей, а определяется только градиентом концентрации. С точки зрения геометрии разряда отметим, что диффузионные потоки могут возникать во всех возможных направлениях. Модели, в которых пренебрегают другими видами движения зарядов, помимо дрейфового, называют дрейфовыми моделями.

В тлеющем разряде два существенно различных механизма зарождения положительных ионов, которые создают большой объёмный заряд в прикатодной области - это ударная ионизация и внешняя ионизация. Ионизация электронным ударом является основным источником появления заряженных частиц в разрядах. Согласно формуле Томсона [30], сечение ионизации максимально в том случае, когда налетающий электрон имеет энергию, равную примерно двум энергиям ионизации атома. Таким образом, для ионизации большинства атомов и молекул достаточно, чтобы электрон обладал энергией $20 \sim 50$ эВ. Вообще говоря, в газах также может иметь место ионизация ионным ударом, но для осуществления такого процесса налетающий ион должен обладать энергией порядка 1 кэВ, поэтому этот

процесс маловероятен. Адекватной количественной характеристикой ударной электронной ионизации принято считать первый ионизационный коэффициент Таунсенда α - число пар ионов, которое один электрон в среднем рождает на l см пути, дрейфуя в направлении анода. Нарастание числа электронов в лавине описывается одномерным уравнением для плотности - $dN_e = \alpha N_e dx$, где $N_e dx$ - число электронов в слое толщиной dx , а N_e - линейная плотность электронов. При одномерном рассмотрении процессов в разряде её можно заменить обычной концентрацией n_e , если считать, что поперечные градиенты отсутствуют.

Наиболее продуктивный способ определения ионизационного коэффициента α для различных газов - экспериментальный. По мнению автора диссертации, для дальнейших оценок наиболее удобную и общую экспериментальную аппроксимацию [1, 3, 31] α можно представить формулой

$$\alpha = Ap \exp(-Bp/E) \quad (1.1)$$

где p - давление газа, E - локальное значение напряжённости электрического поля. Постоянные A и B (представлены в Таблице 1.2) определяются на основании аппроксимации экспериментальных кривых или подбираются путём аппроксимации численных решений кинетического уравнения. Без потери общности, на основании данных приведённых в таблице, можно считать пределом применимости формулы (1.1) значения напряжённостей электрического поля, которые не превышают $1000 \text{ В}/(\text{см} \cdot \text{Тор})$.

Таблица 1.2. Экспериментально определенные значения констант A и B для коэффициента Таунсенда в виде (1.1) на основании данных из [1, 3, 32-40]

Газ	$A, 1/(см \cdot Top)$	$B, B/(см \cdot Top)$	$E/p, B/(см \cdot Top)$
Азот	12	342	100-600
Воздух	15	365	100-800
Водород	5	139	22-1000
Гелий	3	34	20-150
Углекислый газ	20	466	500-1000
Аргон	12	180	100-600
Криптон	17	240	100-1000
Неон	4	100	100-400
Ксенон	26	350	200-800
Водяной пар	13	290	150-1000

Ещё одним видом ионизации является внешняя ионизация. Данный процесс практически может осуществляться потоком электромагнитного излучения, например ультрафиолетового или рентгеновского, или пучком быстрых электронов. Чтобы учесть внешнюю ионизацию обычно вводят параметр Ψ - объёмную скорость ионизации газа. Когда речь идет об ионизации газа электронным пучком вводят также параметр q – скорость термализации быстрых электронов [41]. В большинстве случаев при рассмотрении подобных процессов приближённо полагают, что Ψ и q определяются только электронами пучка и внешним полем, тогда $q/\Psi = \langle \varepsilon \rangle / \langle T \rangle$, где $\langle \varepsilon \rangle$ - средняя энергия ионизации атома или молекулы, а $\langle T \rangle$ - средняя энергия электронов пучка.

Помимо процессов рождения заряженных частиц, в разрядах происходит их гибель или рекомбинация [1-5]. Существует несколько видов этого процесса: диссоциативная, диэлектронная, излучательная и прочие, но в газах высокого давления преобладает так называемая рекомбинация в тройных столкновениях или трёхчастичная рекомбинация. На ней мы остановимся подробнее, так как в тлеющем разряде она является основным механизмом гибели зарядов. В благородных атомарных газах чаще всего в качестве третьей частицы выступает электрон, который, объединяясь с

молекулой и ионом, даёт две молекулы. В благородных газах роль третьей частицы играет атом газа, позволяющий образовать ионы A_2^+ , после чего протекает реакция диссоциативной рекомбинации $e + A_2^+ \rightarrow A^* + A$. Последний процесс происходит и в молекулярных газах, где при ионизации сразу образуются двойные ионы, например в азоте N_2^+ . Объёмная скорость рекомбинации будет пропорциональна плотностям частиц, участвующих в реакции, то есть $\beta n_e n_+$, а коэффициент пропорциональности называется коэффициентом рекомбинации. В простейшем случае его можно принять равным константе, которая определяется экспериментально.

В разрядах низкого давления может присутствовать ещё один механизм гибели зарядов – диффузионный уход на стенки разрядной трубки [3]. Действительно, стенки сосуда способствуют нейтрализации зарядов, кроме того, что легкие частицы, например электроны, прилипают к ним. При достаточно высоком давлении (выше атмосферного) заряженные частицы не успевают диффундировать на стенки и рекомбинируют в объёме разряда.

Сама возможность протекания тока в газе обеспечивается ещё одной группой физических явлений – испусканием (эмиссией) электронов металлами [1-3, 29]. Как и в других разрядах, в тлеющем разряде, эмиттером электронов является твердотельный катод, с поверхности которого вылетают свободные электроны. Для различных поверхностей твердых тел, вычисленная работа выхода составляет около 2-6 эВ.

В данной диссертации не рассматриваются разряды с подогретым катодом, эффективным механизмом эмиссии с которых является термоэлектронная эмиссия. Катод тлеющего разряда не нагревается до температур, при которых появляется достаточное количество высокоэнергетичных электронов, способных преодолеть притяжение тела катода.

Ранее уже отмечалось, что положительные ионы не способны ионизовать газ, потому как они обладают слишком низкими для этого энергиями, а энергии порядка нескольких $кэВ$ в разрядах не реализуются. Если же бомбардировать твердотельный катод положительными ионами газа, то при энергиях менее $1,5 кэВ$ наблюдается значительная эмиссия электронов. Данный процесс называется вторичной ион-электронной эмиссией [1-3, 42, 43] и характеризуется коэффициентом γ , который определяется как количество выбитых электронов на один налетающий ион. Экспериментальные результаты [1] показывают, что параметр γ может достигать значений $\gamma \sim 0,1$. Именно этот механизм обеспечивает самоподдержание тока в тлеющем разряде, остальные «вторичные» процессы влияют только на подстройку его физических параметров. Среди таковых стоит отметить фотоэлектронную эмиссию свободных электронов с катода. Под действием электромагнитного излучения со стороны плазмы (в том числе и плазмы отрицательного свечения) или внешнего излучателя на катоде происходит явление фотоэффекта [43]. В условиях разряда встречаются кванты с разной длиной волны, среди них и такие, энергия которых намного превышает работу выхода электронов из катода. Согласно экспериментальным данным для различных металлов, коэффициент фотоэмиссии γ_v при характерных энергиях $h\nu \sim 10-30 эВ$ составляет примерно $\gamma_v \sim 0,01-0,1$.

Вообще говоря, константа вторичных процессов зависит от энергии налетающих частиц, материала катода и газа, но результаты подобных наблюдений часто настолько противоречивы, что нам представляется достаточным оперировать следующими усреднёнными значениями этого параметра для различных материалов катода:

Таблица 1.3. Усреднённые экспериментальные значения константы вторичной ион-электронной эмиссии в различных газах, используемые в работе

Газ	Азот	Воздух	Водород	Гелий	Аргон	Криптон	Неон	Ксенон	Водяной пар
γ	0,07	0,1	0,05	0,24	0,1	0,05	0,24	0,0035	0,1

1.3 Законы подобия в газовых разрядах

Для того, чтобы определить некоторое состояние разряда, необходимо задать пространственное распределение таких параметров как ток, напряжённость поля, давление, состав газа, длина промежутка и т. д. В целях упрощения описания различных разрядов их можно объединить в группы на основании так называемых законов подобия, которые были впервые сформулированы Пашеном и Таунсендом. Первоначально было замечено [1-3, 44, 45], что произведение давления p на длину межэлектродного зазора d пропорционально числу молекул в разряде, а произведение электрического поля E на длину свободного пробега электрона λ выражает энергию электрона, приобретённую за путь λ . Следовательно, если одновременно поддерживать постоянными значения параметров E/p и pd или $E\lambda$, то фиксируется и размножение электронов в зазоре. Это позволяет, в частности, проводить меньшее количество экспериментальных наблюдений при изучении так называемых подобных разрядов. В геометрически подобных разрядах все линейные размеры пропорциональны, с постоянным коэффициентом пропорциональности a , например, для длины двух промежутков связаны соотношением $d_1 = ad_2$, радиусы электродов $R_1 = aR_2$ и длины свободных пробегов $\lambda_1 = a\lambda_2$. Если же в разрядах совпадают приложенные к промежутку напряжения, токи и температуры, то такие разряды называют полностью подобными. Исследование полностью подобных разрядов имеет значение при макетировании крупномасштабных

установок, а также для расчёта разрядных явлений в установках очень малого размера, где непосредственные измерения затруднены. Основываясь на определении подобных разрядов, можно составить комбинации универсальных физических величин, которые остаются инвариантными к преобразованиям с параметром a . К ним можно отнести E/p , α/p , pd , pt , j/p^2 и многие другие. Однозначные зависимости между ними называются законами подобия.

Законы подобия выполняются не всегда, а только в тех случаях, когда в разряде есть определённый набор элементарных процессов, при которых данный закон выполняется, их принято называть разрешёнными. Процессы, приводящие к нарушению законов подобия, называются запрещёнными. Невыполнение законов подобия само по себе говорит о том, что в разряде существенную роль играют какие-либо запрещённые процессы. Так дрейф и диффузия заряженных частиц всегда являются разрешёнными, в то время как термо- и автоэлектронная эмиссии с катода – запрещёнными [41, 45]. Некоторые процессы, например рекомбинация, являются разрешёнными законами подобия только в частных случаях (когда $\beta \sim 1/p$).

1.4 Сущность явления электрического пробоя

Электрическим пробоем (или просто - пробоем) называется процесс превращения непроводящего вещества в проводник в результате приложения к нему сильного электрического поля [1-3]. В газоразрядном промежутке при пробое за короткое время - 10^{-9} - 10^{-4} секунды - возникает ионизованное состояние. Пробой может инициировать протекание тока в промежутке, в том числе и вызывать самостоятельный разряд.

Начальным и основным элементом пробоя является возникновение электронной лавины. Электроны, которые индуцируют таунсендовский

процесс лавинного размножения, могут появляться в разрядном промежутке случайным образом (под действием естественной радиоактивности материалов) или вследствие искусственно спровоцированных фотоэлектронных процессов на катоде. Явление пробоя всегда имеет пороговый характер. Это означает, что пробой происходит при определённых значениях полей, превышающих некоторое значение, определяемое конкретными условиями. Существование порога пробоя объясняется резкой зависимостью скорости ионизации атомов или молекул газа электронным ударом от напряжённости приложенного электрического поля. В случае кратковременного импульса тока поле должно быть достаточно сильным, чтобы обеспечить рождение нужного количества электронов. Иначе порог пробоя определяется балансом между скоростями рождения и гибели заряженных частиц.

В газоразрядном промежутке, где создано электрическое поле $E=V/d$ (d -длина промежутка), стационарный разрядный ток определяется формулой Таунсенда [1-3]

$$j_e = \frac{j_{em} e^{\alpha d}}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)} \quad (1.2)$$

где j_{em} – стационарный внешний эмиссионный ток с катода, α - коэффициент Таунсенда (1.1). Полученная формула имеет смысл, когда знаменатель больше нуля. Традиционно считается, что при $\gamma(e^{\alpha d} - 1) < 1$ в промежутке течёт стационарный несамостоятельный ток, поддерживаемый током эмиссии от внешнего источника ионизации. Если же создаются условия, когда $\gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1$ - знаменатель (1.2) обращается в нуль и $j_{em} = 0$. Описанный режим является режимом самостоятельного горения разряда, для которого внешние источники ионизации не требуются. От одного электрона, вылетевшего с катода, рождается $exp(\alpha d) - 1$ положительных ионов. Они, в свою очередь выбивают, хотя бы один вторичный электрон. Переход

несамостоятельного режима горения разряда в самостоятельный можно рассматривать как наступление пробоя и формула

$$\gamma \left(\exp \left(\frac{\alpha(E/p)}{p} pd \right) - 1 \right) = 1 \quad (1.3)$$

выражает зависимость величины напряжённости приведённого электрического поля E/p в промежутке от межэлектродного расстояния pd . Экспериментальные зависимости $V(pd)$ называются кривыми Пашена и представляют собой гладкую кривую с характерным минимумом. Теоретическую зависимость в явном виде можно получить из (1.3) непосредственным выражением V

$$V = \frac{Bpd}{\ln A + \ln pd - \ln \ln[(1 + \gamma)/\gamma]} \quad (1.4)$$

В целом, формула (1.4) воспроизводит экспериментальные кривые [46-49] с достаточной точностью, однако есть ряд важных исключений, которые не рассматриваются в рамках настоящей работы. Так закон Пашена нарушается для микропромежутков [50], газов с давлением выше 10 атм , в сверхплотных газах и для сильно разряжённых газов [41]. Подобные аномалии связаны с тем, что в указанных выше условиях особое значение приобретают запрещённые процессы: автоэлектронная и взрывная эмиссии, десорбция частиц с поверхностей электродов и другие.

Если поле в промежутке искажено объёмным зарядом и неоднородно, то формула (1.3) легко обобщается на этот случай заменой произведения в аргументе экспоненты интегралом

$$\gamma \left(\exp \left(\int_0^d \alpha(E(x)/p) dx \right) - 1 \right) = 1 \quad (1.5)$$

где d - длина рассматриваемой области самостоятельного разряда. Выражение усиления эмиссионного тока (1.2) будет иметь вид

$$j_e(x) = j_{em} \exp \left(\int_0^x \alpha dx \right) / \left\{ 1 - \gamma \left[\exp \left(\int_0^x \alpha dx \right) - 1 \right] \right\} \quad (1.6)$$

1.5 Вольтамперная характеристика разряда между электродами

Рассмотрим разрядный промежуток, включённый в цепь с некоторым источником ЭДС и балластным омическим сопротивлением Ω . Будем увеличивать поле на промежутке постепенно, путём уменьшения Ω или увеличения ЭДС. Если газ в промежутке не ионизируется извне, то проводимость осуществляется за счёт случайных электронов, которые дрейфуют под действием электрического поля. Вне зависимости от поля в промежутке часть электронов может уйти на стенки или прилипнуть к электроотрицательной молекуле, поэтому, чем сильнее поле, тем быстрее электроны оказываются у анода. Таким образом, ток возрастает по мере роста напряжения.

Начиная с некоторого значения поля, все электроны в объёме промежутка начинают достигать катода, ток достигает насыщения и перестаёт зависеть от V . Данный участок вольт-амперной характеристики (AB рисунка 1.2) относится к несамостоятельному разряду [3].

По мере увеличения тока можно наблюдать переходный процесс – темный таунсендовский разряд (BC рисунка 1.2) [1-3, 51-53]. Он горит в разрядных трубках при токах порядка $i \sim 10^{-10} - 10^{-5} A$, если приложенное напряжение примерно равно напряжению пробоя. Несмотря на то, что процессы ударной ионизации запущены, протекаемый ток столь мал, что электрическое поле при этом не искажается и по-прежнему равно V/d .

Если наращивать ток далее, то происходит резкое падение напряжения на промежутке (CD рисунка 1.2) и загорается нормальный тлеющий разряд (DE рисунка 1.2) [1-5]. Дальнейшее увеличение тока не приводит к заметному изменению напряжения горения, меняется лишь площадь, занимаемая разрядом на катоде. Когда разряд занимает всё свободное место на катоде, то начинается рост напряжения, чтобы увеличить плотность

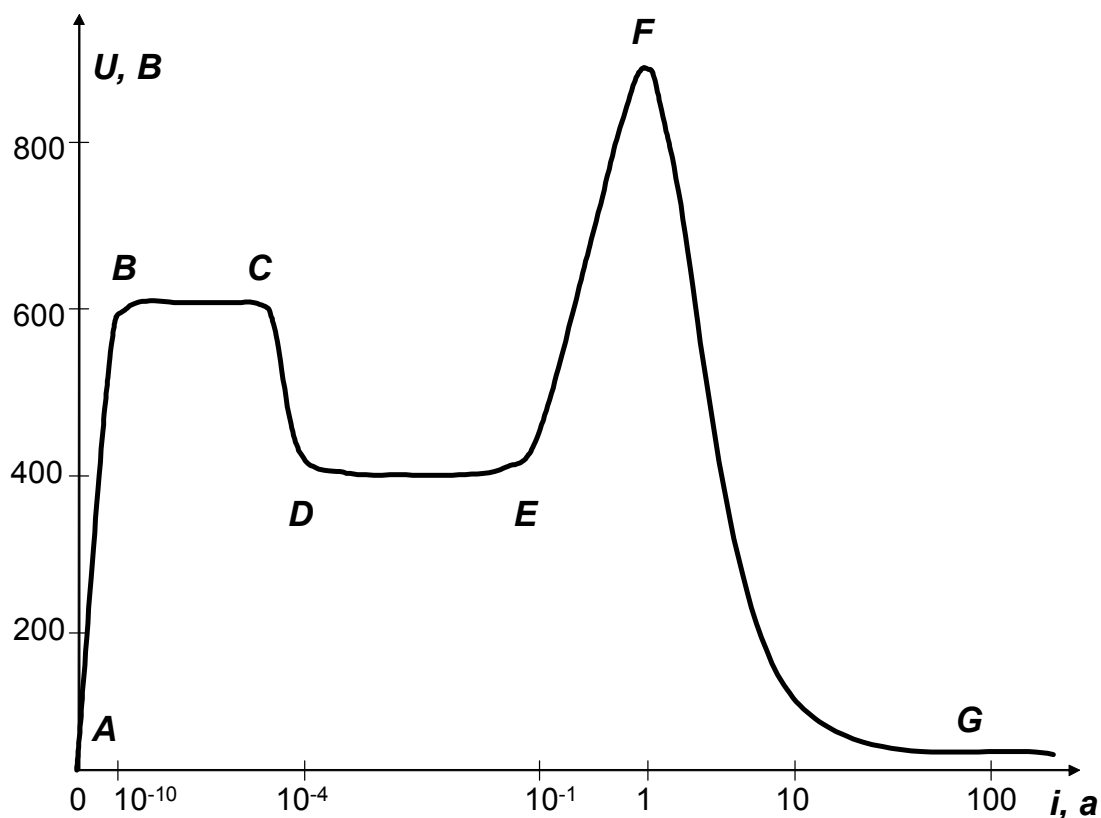


Рисунок 1.2. Схематическое изображение вольтамперной характеристики газоразрядного промежутка в широком диапазоне токов.

эмиссии и повысить плотность тока. Такой разряд называется аномальным тлеющим разрядом (EF рисунка 1.2) [1-5]. При достижении тока около $i \sim 1$ А происходит переход тлеющего разряда в дуговой (FG рисунка 1.2) [1, 3].

Исследования, проведённые автором диссертации, затрагивают, в основном, вопросы горения нормального и слабо аномального тлеющего разряда. В частности, впервые предлагается корректная модель, позволяющая рассчитывать вольтамперную характеристику нормального и слабо аномального тлеющего разряда, которая даёт хорошее согласие с экспериментом. Также сформулирована модель, позволяющая рассчитывать вольтамперную характеристику несамостоятельного газового разряда с внешней ионизацией в промежутке любой длины. Построение этих моделей базировалось прежде всего на критическом анализе уже существовавших

теорий с дрейфовым приближением для скоростей частиц, в ходе которого выяснились некоторые внутренние противоречия, приводящие к существенному расхождению расчётных данных с экспериментальными.

ГЛАВА 2. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА И ИХ НЕДОСТАТКИ

2.1 Катодный слой тлеющего разряда

Ранее отмечалось, что для тлеющего разряда прикатодный слой играет исключительно важную роль. В предыдущей главе рассматривался так называемый тёмный таунсендовский разряд, который по сути дела уже является самостоятельным, но всё же считается переходным процессом. У такой формы разряда нет чётко оформленных приэлектродных областей, потому что $pL \approx (pd)_{min}$ (L -длина промежутка) и восполнение потерь зарядов в трубке осуществляется при минимальном напряжении. Причина, по которой темный разряд практически редко наблюдается, заключается в том, что в реальных условиях $pL \gg (pd)_{min}$. Согласно закону Пашена, пробой в случаях $pL \gg (pd)_{min}$ требует приложения к промежутку более высоких, чем минимальное пробивное значение, напряжений, что энергетически менее выгодно, чем перераспределение напряжённости поля в промежутке. Нормальный тлеющий разряд формируется так, чтобы максимальная разность потенциалов была сконцентрирована вблизи катода, в области размером $(pd)_{min}$. Этой областью является катодный слой. При переходе от несамостоятельного разряда к нормальному тлеющему происходит перераспределение электрического поля в промежутке [1-5, 54], что нетрудно зафиксировать экспериментально [44, 54-61]. Для этого в катодном слое, благодаря ударной ионизации Таунсенда, формируется значительный положительный объёмный заряд, который создаёт локальное повышенное падение потенциала, остальные же слои заполняют промежуток, обеспечивая электрическую проводимость промежутка. Исходя из выше изложенных феноменологических положений, становится понятно, что описать тлеющий разряд – это фактически корректно смоделировать его катодный слой. Составленная таким образом математическая модель должна давать

сравнимые с экспериментальными значения падения напряжения, полной плотности тока, длину приэлектродных слоёв и другие характеристики.

2.2 Теория катодного падения напряжения Энгеля-Штеенбека

Впервые теория катодного падения была предложена Энгелем и Штеенбеком в 1934 г. [44]. В ней предлагалась простейшая стационарная модель, в которой для простоты был сделан ряд существенных приближений. Предполагалось, что при высокой плотности тока катодное пятно на поверхности катода достаточно большое, поэтому можно ограничиться одномерной геометрией. Кроме того, впервые рассмотрение разряда в целом сводилось к трактовке процессов в автономном катодном слое. Авторы приняли во внимание тот факт, что со стороны положительного столба в плазму поступает очень малый ионный ток, которым, по их мнению, можно пренебречь по сравнению с электронным. Действительно, отношение дрейфовых составляющих плотности ионного тока к электронному в электронейтральной части промежутка приблизительно равно отношению соответствующих подвижностей, то есть $j_+/j_e = v_{D+}/v_{De} \sim 10^{-2}$.

В тоже время, в катодном слое выполняется условие самоподдержания тока (1.5). По определению, катодное падение напряжения выражается формулой

$$U = \int_0^d E(x) dx \quad (2.1)$$

В катодном слое искажение поля пространственным зарядом учитывается путём включения в систему уравнений (1.5) и (2.1) одномерного уравнения Пуассона

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.2)$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-14}$ Ф/см – электрическая постоянная, ρ - объёмный заряд ионов и электронов, который определяется как $\rho = e(n_+ - n_e)$, где n_+ и n_e – концентрации ионов и электронов.

Энгель и Штеенбек разрешали систему уравнений (1.5), (2.1) и (2.2), принимая распределение $\alpha(E)$ в виде (1.1). Важным приближением, основанном на результатах зондовых измерений [43, 58-61] в прикатодной области тлеющего разряда, стало предположение, что в распределение поля имеет строго линейную зависимость

$$E(x) = E_k(1 - x/d) \quad (2.3)$$

При $x > d$ поле принималось равным нулю. Во-первых, зависимость (2.3) использовалась для упрощения дальнейших расчётов, во-вторых, тем самым однозначно определялась граница слоя объёмного разряда. Авторы [44] справедливо посчитали, что диффузионное движение не вносит значительного вклада в протекание тока в катодном слое. Тогда плотности токов ионов и электронов определяются только дрейфовыми составляющими

$$\begin{aligned} j_+ &= en_+v_+ = en_+\mu_+E, \\ j_e &= en_ev_e = en_e\mu_eE \end{aligned} \quad (2.4)$$

Сначала, подставляя аппроксимированное выражение для напряжённости (2.3) в закон Пашена (1.5), можно (численно) получить зависимость значения напряжённости на катоде от длины катодного слоя - $E_k(pd)$. Далее, используя выражение (2.1) и зависимость $E_k(pd)$, можно отыскать связь между падением потенциала в слое с его длиной - $U(pd)$.

Полная плотность тока в промежутке j – величина постоянная, которая определяется как сумма электронной и ионной компоненты

$$j = j_+ + j_e \quad (2.5)$$

Очевидно, что из (2.2), (2.4) и (2.5) при известном профиле распределения напряжённости (2.3) можно однозначно выразить концентрацию ионов (или электронов) в прикатодной области, а потом из (2.4)-(2.5) получить полную плотность тока $j(pd)$. Пара функций $j(pd)$ и $U(pd)$ параметрически определяют

вольтамперную характеристику катодного слоя тлеющего разряда. Она имеет вид кривой с единственным минимумом (Рисунок 2.1), который, согласно изложенным в Главе 1 экспериментальным свидетельствам, должен соответствовать плотности тока и напряжению горения нормального

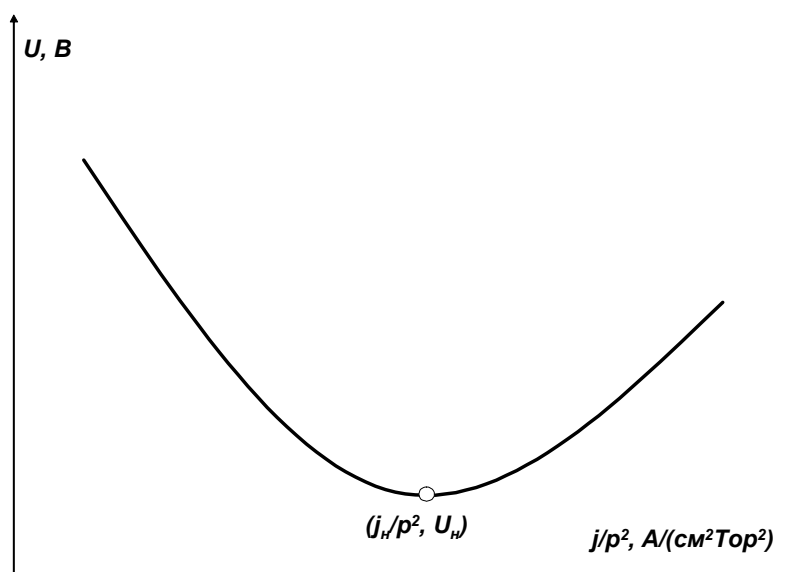


Рисунок 2.1. Качественная картина вольтамперной характеристика тлеющего разряда, полученная согласно решению уравнений модели Энгеля-Штеенбека [44]. Выколотой точкой отмечено положение нормальных характеристик тлеющего разряда.

тлеющего разряда, а правая ветвь полученного графика соответствует аномальному режиму горения разряда. К очевидным достоинствам модели Энгеля-Штеенбека следует отнести тот факт, что предложенная теория позволяет обосновать появление законов подобия для катодного слоя.

Казалось бы, теоретическое рассмотрение катодного слоя Энгелем и Штеенбеком даёт, по крайней мере, качественное согласие с экспериментом, однако непонятным остается факт наличия левой, достаточно пологой, спадающей ветви у вольтамперной характеристики, называемой поднормальной. Согласно общим представлениям в этой области реализуется

горение разряда с промежутком, имеющим отрицательное дифференциальное сопротивление. Ошибочно можно предположить, что левая ветвь рисунка 2.2.1 описывает переход от темного таунсендовского разряда к тлеющему, ведь опыт показывает, что подобный процесс неосуществим. В реальности, при токах меньших произведения нормальной плотности j_n на площадь катода S_k , то есть при $i < j_n S_k$, происходит фрагментация разряда. На катоде образуются участки площадью $S = i/j_n$ (катодные токовые пятна) для которых плотности тока и напряжения горения соответствуют нормальным значениям, и в которых горит нормальный тлеющий разряд. Причиной возникновения токовых пятен является высокая неоднородность электрического поля на неровностях реального твердотельного катода, что отражается на эмиссионных свойствах материала.

Если обратиться к количественной оценке результатов расчётов по теории Энгеля и Штеенбека, то обнаруживается, что значение полной плотности тока не совпадает с экспериментом даже по порядку величины. Данный факт был отмечен ещё в работе [2], где особенно бросается в глаза расхождение нормальной плотности тока в азоте на два порядка! Удовлетворительными можно считать только совпадение расчётных длин катодного слоя $(pd)_n$ и напряжений горения U_n нормального тлеющего разряда с опытными данными, получаемые по модели [44]. Само собой, подобные заключения указывали на то, что особой предсказательной силы предложенная модель не имела. Иначе, в случае успеха, это давало бы возможность вычислять параметры нормального тлеющего разряда для любого газа или газовой смеси, для которой известны значения скорости дрейфа зарядов и постоянные, входящие в коэффициент Таунсенда. Также это открывало бы возможности характеризовать слабо аномальный тлеющий разряд, где напряжённости поля ещё не столь велики и аппроксимация (1.1) вполне применима.

2.3 Теория катодного падения напряжения Ворда (A. L. Ward)

Несмотря на описанные в разделе 2.2 затруднения, модель Энгеля-Штеенбека имела бесспорные достоинства - простоту и универсальность - которые сделали её отправной точкой для дальнейшего построения более точных дрейфовых моделей приэлектродных слоёв тлеющего разряда. Так впервые в 1958 году Вордом [62, 63] была предложена дрейфовая модель прикатодных областей тлеющего разряда, в основе которой лежали аналогичные [44] приближения. Ворд предположил, что основной причиной несовпадения результатов [44] с экспериментом является излишняя упрощённость. Она, по мнению автора [62, 63], выражалась в том, что Энгель и Штеенбек пользовались слишком примитивными аппроксимациями для коэффициента Таунсенда и дрейфовых скоростей ионов и электронов. Кроме того, Ворд предложил рассматривать катодный слой не как автономную систему, в которую со стороны плазмы ничего не поступает, а рассматривать разрядный промежуток в целом.

Для того чтобы реализовать задуманное, необходимо было отказаться от упрощённого распределения поля в слое (2.3), и решать совместно с уравнением Пуассона (2.2) и условием постоянства полной плотности тока ещё и уравнение непрерывности для ионной (или электронной) компоненты, которое имеет смысл условия (1.5) и является источником его происхождения

$$\frac{dj_e}{dx} = \alpha j_e \quad (2.6)$$

При рассмотрении промежутка в целом, проблема с определением границы слоёв не возникает, так как граничные условия задаются непосредственно на электродах. У анода ток полностью переносится электронами, поэтому для него уместно выбрать условие

$$j_e(x = d) = j \quad (2.7)$$

У катода происходят процессы вторичной электронной эмиссии, поэтому для электронной компоненты плотности тока условие запишется в виде

$$j_e(x=0) = \frac{j\gamma}{1+\gamma} \quad (2.8)$$

Считая, что длина промежутка равна d , очевидно, что уравнение Пуассона (2.2), уравнение непрерывности (2.6) и условие постоянства полной плотности тока в любом сечении газоразрядной трубки (2.5) вместе с граничными условиями (2.7)-(2.8) образуют замкнутую систему дифференциальных уравнений. Ворд решал её численно на IBM 704, используя более точные, по его мнению, аппроксимации для дрейфовых скоростей и коэффициента Таунсенда. Важно отметить, что модель Ворда, в отличие от модели Энгеля-Штеенбека была самосогласованной и не требовала введения дополнительных условий для математически корректного решения.

Одним из первых результатов модели [62, 63] было воспроизведение распределения напряжённости электрического поля в промежутке, которое на качественном уровне отчасти согласовывалось с результатами зондовых измерений для слоя объёмного заряда. Получалось, что промежуток состоял из катодного и анодного слоёв. В катодном слое падение напряжения было максимальным, а распределение напряжённости почти линейным. Переходные области между катодным или анодным слоем и столбом квазинейтральной плазмы отсутствовали. При подсчёте вольтамперной характеристики оказалось, что проблемы, возникшие в работе Энгеля-Штеенбека, по-прежнему актуальны и для [62, 63]. Выяснилось, что, несмотря на уточнение аппроксимаций для различных газов, значения нормальной плотности тока, как и в [44], отличаются от экспериментальных на порядки и совпадения носят скорее случайный характер [1]. Аналогично [44], теория Ворда позволяла удовлетворительно предсказывать длину

катодного слоя и падение напряжения в нормальном режиме горения разряда. Сам автор статьи объяснял возникшее несовпадение с экспериментальными данными по нормальной плотности тока различными причинами. Во-первых, им была высказана мысль, что значение j_n/p^2 сильно зависит от константы вторичных процессов электронной эмиссии γ и её реальное значение должно отличаться от заявленных на порядки. Действительно, эмиссию с катода, как говорилось в Главе 1, может вызывать целый ряд физических процессов, таких как фото- и термоэлектронная эмиссии, однако их реальный вклад никак не был оценен автором. Во-вторых, по его мнению, параметр j_n/p^2 очень чувствителен к значениям ионной подвижности, что также неубедительно, если учесть, что автором использовались сложные экспериментальные зависимости линейной скорости ионов и электронов от напряжённости поля. Кроме того, Вордом высказывались довольно абсурдные предположения о том, что стационарное значение j_n/p^2 в эксперименте измеряется недостоверно, а реальное значение лежит в области поднормальной ветви экспериментальной вольтамперной характеристики, тем самым как бы утверждалось, что предложенная им теория корректна.

Причина, по которой модель [62, 63] не давала возможности предсказывать величину нормальной плотности тока тлеющего разряда по-прежнему оставалась невыясненной. Тем не менее, круг теоретических проблем был несколько сужен. Результаты работ [62, 63] позволяли утверждать, что ни значительное уточнение рабочих аппроксимаций, ни рассмотрение промежутка в целом не позволяют добиться существенно лучшего совпадения основных параметров разряда с экспериментом.

2.4 Теория прикатодной области нормального тлеющего разряда при средних давлениях

На основании промежуточных выводов, сделанных в пунктах 2.2-2.3, в 1971 году К. Н. Ульянов в статье [64] предложил новый взгляд на процессы, протекающие в нормальном тлеющем разряда. Ульянов посчитал, что существенным недостатком модели Энгеля-Штеенбека была формальная изолированность катодного слоя от столба плазмы, в том числе и примыкающего к ней (см. Главу 1) столба плазмы отрицательного свечения. Возвращаясь к модели Ворда из раздела 2.3 мы также видим, что несмотря на самосогласованность задачи, с физической точки зрения картина существенно не отличается от [44]. Пограничная область между катодным слоем и столбом плазмы может быть источником дополнительного ионного тока, как раз необходимого для того, чтобы полная плотность тока совпала с экспериментом для нормальных значений.

Ульянов предложил рассматривать ту же, что и в [44, 62, 63] плоскую модель, но с другими граничными условиями. Само собой, исходя из того, что на катоде происходит нейтрализация ионов за счёт γ -процессов, то в качестве первого условия можно взять (2.8). Правой границей автор [64] предложил выбрать начало положительного столба - x_1 , а чтобы характеризовать ионный ток, поступающий через эту границу, была введена постоянная δ - относительная величина ионного тока в точке x_1 , то есть

$$\delta = \frac{j_+(x_1)}{j_+(x_1) + j_e(x_1)} \quad (2.9)$$

Фактически, если рассматривать только дрейфовое движение зарядов в катодном слое, то плотность тока будет пропорциональна скорости дрейфа. Если же считать, что скорость дрейфа, как для ионов, так и для электронов линейна по полю (см. пункт 1.2), то выражение (2.9) представится в виде отношения подвижностей

$$\delta = \frac{\mu_+}{\mu_+ + \mu_e} \quad (2.10)$$

Согласно табличным данным (см. Таблица 1.1) для любого газа величина $\delta \ll 1$. Теперь можно определить граничное условие справа

$$j_e(x = x_1) = j(1 - \delta) \quad (2.11)$$

Генерация зарядов в слое по-прежнему учитывается коэффициентом Таунсенда α , тогда первым дифференциальным уравнением модели будет уравнение непрерывности для ионного тока

$$\frac{dj_+(x)}{dx} = -\alpha \left(\frac{E(x)}{p} \right) j_+(x) \quad (2.12)$$

В качестве первого коэффициента Таунсенда Ульянов использовал наиболее общую экспериментальную аппроксимацию – (1.1). Искажение поля в промежутке объёмным зарядом ионов учитывалось уравнением Пуассона. Здесь автор [64] пренебрёг объёмным зарядом электронов в катодном слое

$$\frac{dE(x)}{dx} = -\frac{ej_+(x)}{\epsilon_0 v_+(E(x)/p)} \quad (2.13)$$

Действительно, известно (см. Главу 1), что в катодном слое сконцентрирован большой положительный объёмный заряд, поэтому такой подход кажется вполне допустимым.

Оказалось, однако, что решить систему (2.12)-(2.13) с граничными условиями (2.9)-(2.11) невозможно из-за присутствия в задаче параметра полной плотности тока j . Чтобы определить его, формально необходимо иметь ещё одно условие. Данное противоречие происходит из-за того, что длина катодного слоя из уравнений системы не определяется. Для решения данной проблемы Ульянов предложил считать электрическое поле в конце катодного слоя, в точке x_1 , равным нулю

$$E(x=x_1)=0 \quad (2.14)$$

Но, если принять (2.14), то правая часть уравнения Пуассона – объёмный заряд, при $x=x_l$ обращается в минус бесконечность. Данное противоречие – есть результат того, что автор в целях получения аналитического решения пренебрёг объёмным зарядом электронов в катодном слое. В реальности же условие (2.14) не выполняется никогда, так как к катодному слою примыкает протяжённый слой отрицательного свечения, где напряжённость электрического поля никогда не обращается в нуль.

Несомненным достоинством модели Ульянова является возможность получения простого аналитического решения. В [64] получены точные выражения для полной плотности тока через напряжённость на катоде, распределения поля по координате, а также нормальной плотности тока и напряжения горения нормального тлеющего разряда. Оказалось, что параметры разряда существенно зависят от δ , а при $\delta \rightarrow 0$ имеют неустранимую особенность, тем самым подтверждается предположение о существенном влиянии дополнительного ионного тока из плазмы. Ульянов утверждает, что полная теория нормального тлеющего разряда (каковой его модель по сути своей не является) должна учитывать образование ионов в области отрицательного свечения.

Другой важный вывод, который делает автор статьи [64], заключается в том, что невозможно добиться совпадения с экспериментом по значению нормальной плотности тока при реалистичных значениях δ . Если полагать, что δ оценивается как отношение подвижностей (2.10), то из полученных в [64] формул мы получаем удовлетворительное совпадение с экспериментом по U_n и $(pd)_n$. Нормальная плотность тока при этом оказывается на порядки меньше. Если теперь брать завышенные значения $\delta=0,1-0,3$, то минимум вольтамперной характеристики начинает смещаться в область реальных значений для любого рассматриваемого газа. По мнению Ульянова, в реальности, доля ионного тока на границе с плазмой значительно

увеличивается благодаря инжекции туда некоторой доли быстрых электронов, проходящих катодный слой бесстолкновительно.

2.5 Основные предпосылки к созданию новой дрейфовой модели

Перечисленные выше в хронологическом порядке дрейфовые модели не позволяли получать точного согласия с опытными данными по ряду важных параметров для известных газов, за исключением, пожалуй, водорода и гелия. Благодаря этому в научных кругах сформировался устойчивый стереотип, что подобные модели чересчур примитивны и не описывают всей совокупности реальных физических процессов, протекающих в нормальном тлеющем разряде. Одной из важнейших причин называлось отсутствие в дрейфовых моделях учёта влияния плазмы отрицательного свечения, где могут возникать дополнительные процессы ионизации газа быстрыми электронами. Для коррекции данного недостатка рядом авторов [7, 8, 65] были предложены математические модели нормального и слабо аномального тлеющего разряда, основанные на полном отказе от дрейфового приближения и на отыскании решения классического кинетического уравнения. Действительно, такие модели позволяли рассчитать значения U_n , $(pd)_n$ и j_n/p^2 , которые совпадали с экспериментом, но только для гелия и водорода. Решение уравнений моделей [7, 8, 65] представляли собой крайне трудоемкую процедуру численного счета. Помимо явной «неаналитичности» таких моделей, их основным недостатком является ещё и неуниверсальность. Так, например, они не позволяют рассчитывать U_n , $(pd)_n$ и j_n/p^2 в произвольном случае, ввиду того, что для двух различных газов системы кинетических уравнений существенно отличаются друг от друга.

С другой стороны, существование несовершенных дрейфовых моделей, по мнению автора диссертации, создали достаточно предпосылок, чтобы собрать все сведения об их недостатках и сформулировать более полную, физически корректную и универсальную модель прикатодного слоя

тлеющего разряда, имеющую предсказательную силу. Наиболее очевидный недостаток всех дрейфовых моделей, рассмотренных ранее, заключается в их внутренней противоречивости. Далее будет показано, что включение в теорию процессов убыли частиц приводит к однозначному определению граничных условий и, тем самым, к самосогласованию и избавлению задачи от внутренних физических противоречий и подгоночных параметров.

ГЛАВА 3. ТЕОРИЯ НОРМАЛЬНОГО ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА ПОВЫШЕННОГО ДАВЛЕНИЯ

3.1 Основные теоретические положения

Предложенная автором в данной главе теория [66, 67] является, по сути, линейной дрейфовой моделью прикатодной области, находящейся между катодом ($x=0$) и квазинейтральной плазмой ($x=l_c$) в нормальном тлеющем разряде. Согласно определению которого, на катоде происходят процессы вторичной эмиссии электронов, играющие существенную роль в формировании пробоя газорядного промежутка. У границы с плазмой, как и в [64], будем характеризовать долю ионного тока, вносимую оттуда, параметром δ , который может быть определён не иначе как отношением подвижностей (2.10). Можно интерпретировать δ в терминах эмиссионного тока на катоде, который возникает из плазмы и усиливается по хорошо известному закону (1.6). Если это учесть, то катодный слой представляет из себя систему, в которой условие самоподдержания тока (1.5) не выполняется ни при каких обстоятельствах. Эмиссионный ток можно определить в простейшем случае как

$$j_{em} = \gamma j_+(l_c) = \gamma \frac{\delta}{1-\delta} j_e(l_c) \quad (3.1)$$

а критерий самоподдержания тока в прикатодном слое разряда запишется в виде

$$\exp\left(\int_0^{l_c} \alpha dx\right) = \frac{1+\gamma}{\gamma} (1-\delta) \quad (3.2)$$

Сравнивая условие самопробоя промежутка (1.5) и условие (3.2), можно отметить, что усиление электронного тока в предложенной модели всегда меньше соответствующих пробивных значений. Если бы существовала возможность физически осмысленно варьировать значение δ , как это делал Ульянов [64], то и параметры разряда устанавливались бы так,

чтобы соотношение (3.2) выполнялось. Предложение заключается в том, что пренебрегать начальным эмиссионным током принципиально недопустимо, однако, в отличие от модели Ульянова, здесь параметр δ фиксируется однозначно. Заметим, что задание δ не иначе как через (2.10) определяет не окончание участка слоя объёмного заряда, а смещает границу рассматриваемой области ближе к аноду.

Из опыта построения предыдущих теорий очевидно, что одного введения параметра δ , как это сделано в [64] недостаточно, чтобы описать переходную область между слоем объёмного заряда и квазинейтральной плазмой. В Главе 2 указывалось, что дифференциальные уравнения модели невозможно разрешить без введения физически неоправданного граничного условия (2.14). В реальных условиях напряжённость электрического поля в области положительного столба ($x > l_c$) никогда не обращается в нуль, а принимает стационарное значение ε_l . Началом области квазинейтральной плазмы, таким образом, формально нужно считать участок промежутка, где производные напряжённости поля, концентраций или токов заряженных частиц одновременно обратятся в нуль. Но если исходить из уравнений (2.12)-(2.13), то одновременное обращение их правых частей в нуль не позволяет отыскать стационарное значение напряжённости, соответствующее $\varepsilon_l = E_l/p$, именно поэтому Ульянов вводит условие (2.14), которое в конечном итоге приводит к описанному ранее физическому противоречию.

Таким образом, необходимым условием для существования переходной области между плазмой и слоем объёмного заряда является возможность самосогласованно вычислять граничные условия. По мнению автора настоящей диссертации, сложившиеся противоречия, прежде всего, появляются оттого, что обычно в моделях типа [44, 62-64] никак не учитывалась гибель заряженных частиц в рассматриваемом объёме. Если в области максимально положительного объёмного заряда гибель частиц

происходит в основном под действием конвективного ухода зарядов на границы области, то по мере приближению к $x=l_c$ интенсивность объёмно-рекомбинационных процессов существенно возрастает.

Процессы рекомбинации в реальных разрядах являются довольно разнообразными и нелинейными относительно концентрации заряженных частиц (см. Главу 1). В целях упрощения задачи и возможности получения аналитического решения, в предложенной здесь модели мы полагаем, что гибель частиц характеризуется постоянным коэффициентом β . Исходя из этого предположения, стационарные уравнения непрерывности для плотностей токов заряженных частиц запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{dj_+}{dx} &= (\beta - \alpha(E/p))(j - j_+), \\ \frac{dj_e}{dx} &= (\alpha(E/p) - \beta)j_e\end{aligned}\tag{3.3}$$

где $j = \text{const}$ - полная плотность тока, а $\alpha(E/p)$ - коэффициент Таунсенда, определяемый формулой (1.1). Исходя из того, что полная плотность тока сохраняется, в качестве первого дифференциального уравнения теории мы берём первое уравнение в (3.3).

Величина β определяет некоторое приведённое электрическое поле $\varepsilon_l = E_l/p$, отвечающее стационарному состоянию плазмы в положительном столбе разряда:

$$\alpha(\varepsilon_l) - \beta = 0.\tag{3.4}$$

Величину ε_l применительно к конкретному газу можно оценить, исходя из баланса между реальными скоростями ионизации и рекомбинации. Для молекулярных газов, например, азота ε_l примерно равно половине напряжённости поля статического пробоя. Используя выражение (1.1) для зависимости $\alpha(\varepsilon)$, удобно вместо β ввести другой безразмерный параметр

$$\lambda = \exp(B/\varepsilon_l) = Ap/\beta \gg 1, \quad \varepsilon_l = B/\ln \lambda,\tag{3.5}$$

который также нетрудно оценить для конкретного газа. Для разряда в азоте, например, имеем оценку $\lambda \sim 10^7$.

В качестве второго уравнения теории, как и для [64], берется точное одномерное уравнение Пуассона

$$\varepsilon_0 \frac{dE}{dx} = - \left(\frac{j_+}{v_+} - \frac{j_e}{v_e} \right), \quad (3.6)$$

где ε_0 – электрическая постоянная, v_+ и v_e – дрейфовые скорости ионов и электронов соответственно. Здесь и в дальнейшем мы будем считать, что скорости дрейфа пропорциональны напряжённости электрического поля в степени s

$$\begin{aligned} v_+ &= \mu_+ (E/p)^s, \\ v_e &= \mu_e (E/p)^s \end{aligned} \quad (3.7)$$

часто s принимает значения 1 или $1/2$. Любые дальнейшие усложнения зависимостей (3.7), как уже обсуждалось ранее, не дают существенных улучшения конечного результата, поэтому здесь мы не будем ими пользоваться.

В отличие от [64], уравнение (3.6) включает в правой части полный объёмный заряд, так как в переходной области между катодным слоем и положительным столбом существенный вклад в перенос тока даёт дрейф электронов в направлении анода. Вторым граничным условием Ульянов принял значение δ для ионного тока на границе с плазмой. В нашей модели это условие является естественным следствием того, что напряжённость в столбе равна $\varepsilon_l = const$ и правая часть (3.6) обращается в нуль. Значение δ жёстко зафиксировано соотношением (2.10).

Если в качестве масштаба приведённого электрического поля взять величину $\varepsilon_l = B/\ln\lambda$, в качестве масштаба координаты величину l/Ap , а в качестве масштаба приведённой плотности тока j/p^2 величину $\varepsilon_0 A \varepsilon_l v_+(\varepsilon_l)$, то можно ввести безразмерные переменные для координаты a , напряжённости

поля y , плотности ионного тока z и основной параметр задачи J – безразмерную плотность тока разряда:

$$a = Apx, \quad y = \frac{\varepsilon}{B} \ln \lambda, \quad z = j_+ / j, \quad J = \frac{j/p^2}{\varepsilon_0 A \varepsilon_1 v_+(\varepsilon_1)}. \quad (3.8)$$

Приведём для справки характерные масштабы для разряда в азоте: для приведённого поля $\varepsilon_1 \cong 20 \text{ В/см} \cdot \text{Тор}$, для приведённой координаты $1/A \cong 0,12 \text{ см} \cdot \text{Тор}$, для приведённой плотности тока $\varepsilon_0 A \varepsilon_1 v_+(\varepsilon_1) \cong 5 \cdot 10^{-7} \text{ А/см}^2 \cdot \text{Тор}^2$.

3.2 Общее решение задачи

После введения безразмерных переменных (3.8) уравнение непрерывности (3.3) и уравнение Пуассона (3.6) можно представить так

$$\frac{dz}{da} = -(1-z) \left(\frac{1}{\lambda^{1/y}} - \frac{1}{\lambda} \right), \quad \frac{dy}{da} = -J \frac{z - \delta}{y^S (1 - \delta)}. \quad (3.9)$$

Для решения системы (3.9) необходимо задать три граничных условия. Два из них необходимы для формального решения (3.9), а третье используется для определения пока неизвестного параметра J . Для этого на катоде, то есть в точке $a=0$, определяем значения $z(a=0)$ и $y(a=0)$. Одно условие задает величину ионного тока на катоде $z(0)$, определяемую интенсивностью γ -процессов и возможной дополнительной эмиссии электронов с катода, а второе задает новый параметр задачи – напряжённость поля на катоде y_c :

$$z(0) = \frac{1 - z_{em}}{1 + \gamma}, \quad y(0) = y_c. \quad (3.10)$$

Здесь параметр z_{em} – доля дополнительного электронного тока эмиссии с катода $j_{em} = z_{em} j$, так что электронный ток на катоде определяется выражением $j_e(0) = \gamma j_+(0) + j_{em}$. Источником дополнительной эмиссии (кроме вторичной ион-электронной эмиссии) с катода в тлеющем разряде может быть фото- и термоэмиссия (см. Главу 1). Фактически, вводя z_{em} , мы

доопределяем параметр γ , который считается не очень хорошо определенным в различных экспериментальных условиях.

Решая систему (3.9) с граничными условиями (3.10), мы получим распределение доли ионного тока и напряжённости поля в прикатодной области в зависимости от безразмерного параметра плотности тока J и напряжённости поля на катоде y_c . Третье граничное условие для доли плотности ионного тока на границе с положительным столбом

$$z(y=1) = \delta \quad (3.11)$$

накладывается на решение как раз для того, чтобы однозначно определить зависимость $J(y_c)$.

Удобнее всего начать аналитическое решение системы (3.9), если поделить первое уравнение на второе. Тем самым, исключив координату a , мы получим новое дифференциальное уравнение на функцию $z(y)$

$$J \frac{z - \delta}{(1-z)(1-\delta)} \frac{dz}{dy} = y^S \left(\frac{1}{\lambda^{1/y}} - \frac{1}{\lambda} \right). \quad (3.12)$$

Данное уравнение является обыкновенным дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными [68], которое легко проинтегрировать. Если же наложить одновременно (3.10) и (3.11), то в результате мы получим явную зависимость $J(y_c)$

$$J(y_c) = \int_1^{y_c} \left(\frac{1}{\lambda^{1/y}} - \frac{1}{\lambda} \right) y^S dy \Big/ \frac{1}{1-\delta} \int_{\delta}^{(1-z_{em})/(1+\gamma)} \frac{z - \delta}{1-z} dz \quad (3.13)$$

Теперь можно подставить (3.13) в уравнение (3.12) и проинтегрировать последнее с учётом только граничного условия (3.11)

$$J \left(\ln \frac{1-\delta}{1-z} - \frac{z-\delta}{1-\delta} \right) = \frac{1-y^{S+1}}{\lambda(S+1)} + y^{S+1} E_{S+2} \left(\frac{\ln \lambda}{y} \right) - E_{S+2}(\ln \lambda) \equiv f(y) \quad (3.14)$$

Здесь использовано стандартное определение интегральной показательной функции: $E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{\exp(-xt)}{t^n} dt$ [69]. Если использовать известную функцию

Ламберта $\Lambda(x)$ [70], определенную следующим образом $\Lambda(x)e^{\Lambda(x)} = x$, то из

(3.14) можно получить явную формулу зависимости ионного тока от напряжённости поля:

$$z(y) = 1 + (1 - \delta) \cdot \Lambda \left(-\exp \left\{ -1 - \frac{f(y)}{J(y_c)} \right\} \right), \quad (3.15)$$

где функция $f(y)$ – это правая часть алгебраического уравнения (3.14). Подставляя (3.15) в уравнение Пуассона (3.9), можно аналитически его проинтегрировать с граничным условием $a(y=y_c)=0$ и получить следующую функциональную зависимость $a(y)$

$$a(y) = \frac{1 - \delta}{J(y_c)} \int_{y_c}^y \frac{y^s dy}{\delta - z(y)}, \quad (3.16)$$

Удобнее, в данном случае, чтобы получить зависимость $y(a)$, проинтегрировать уравнение Пуассона в (3.9) с граничным условием $y(a=0)=y_c$ численно. Правая граница, очевидно ограничивается условием (3.11), особая роль которого будет рассмотрена в следующих разделах.

Итак, система (3.9) может быть проинтегрирована аналитически для произвольного значения y_c , которое однозначно определяет значение полной плотности тока J разряда. На Рисунке 3.1 показана типичная зависимость полной плотности тока разряда в прикатодной области для азота от напряжённости электрического поля на катоде y_c .

3.3 Структура прикатодной области модели

Рассмотрим полученное в Разделе 3.2 распределение напряжённости электрического поля в прикатодной области тлеющего разряда. На Рисунке 3.2 изображены профили распределения напряжённости электрического поля для тлеющего разряда в азоте при $y_c=20$ и $y_c=40$.

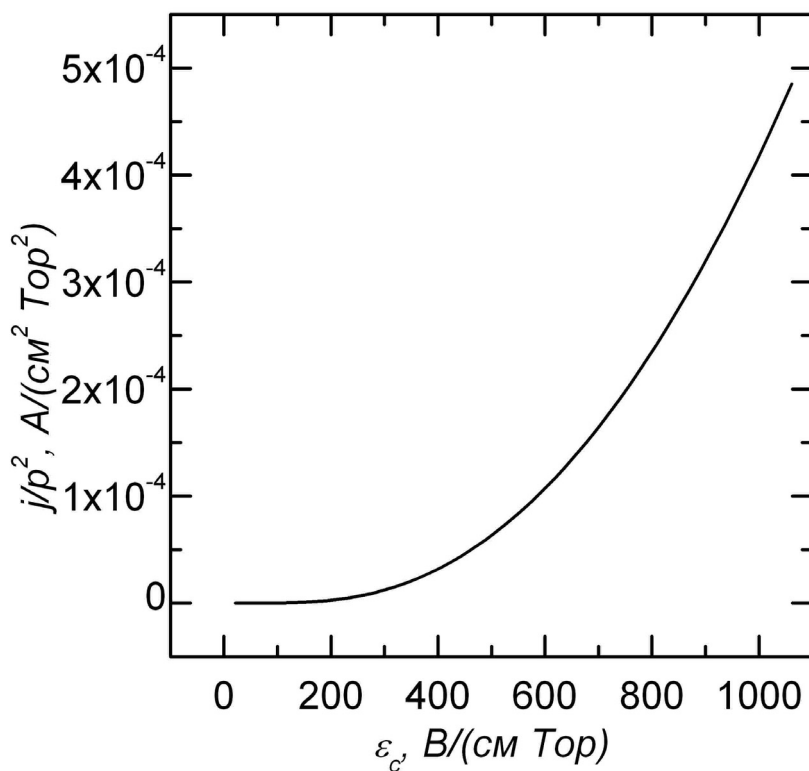


Рисунок 3.1. График полной плотности тока в зависимости от напряжённости электрического поля на катоде в азоте.

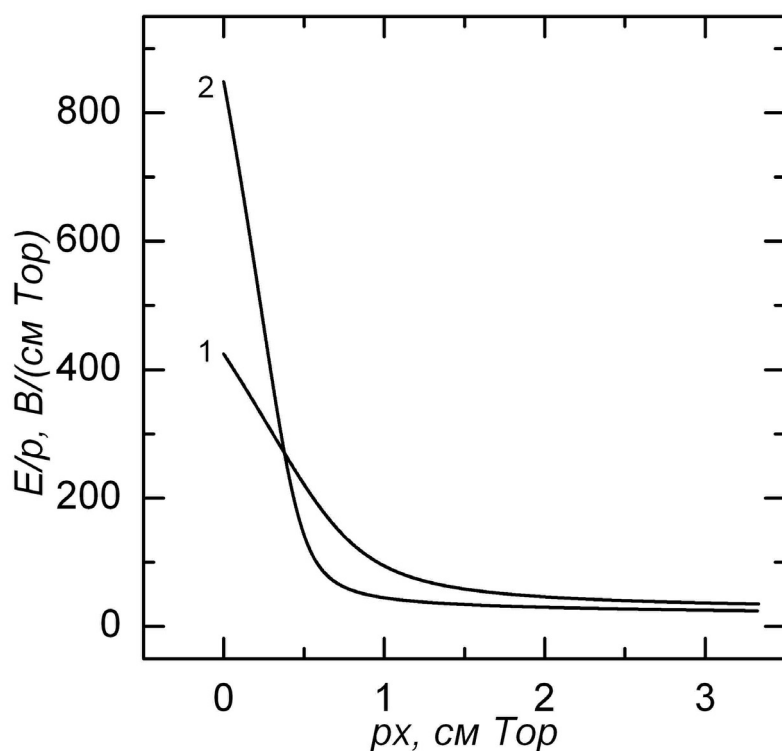


Рисунок 3.2. Профили распределения напряжённости электрического поля в прикатодной области тлеющего разряда в азоте: 1 – $y_c=20$, 2 – $y_c=40$

Исходя из проведённых расчётов, можно сказать, что в рамках предлагаемой модели прикатодный слой разряда всегда состоит из двух принципиально различных по физическим свойствам областей – это область объёмного заряда (непосредственно катодный слой) и промежуточная область, которую условно назовем «предслоем». Аналогичную картину можно наблюдать, если рассматривать пространственное распределение плотностей токов заряженных частиц (Рисунок 3.3).

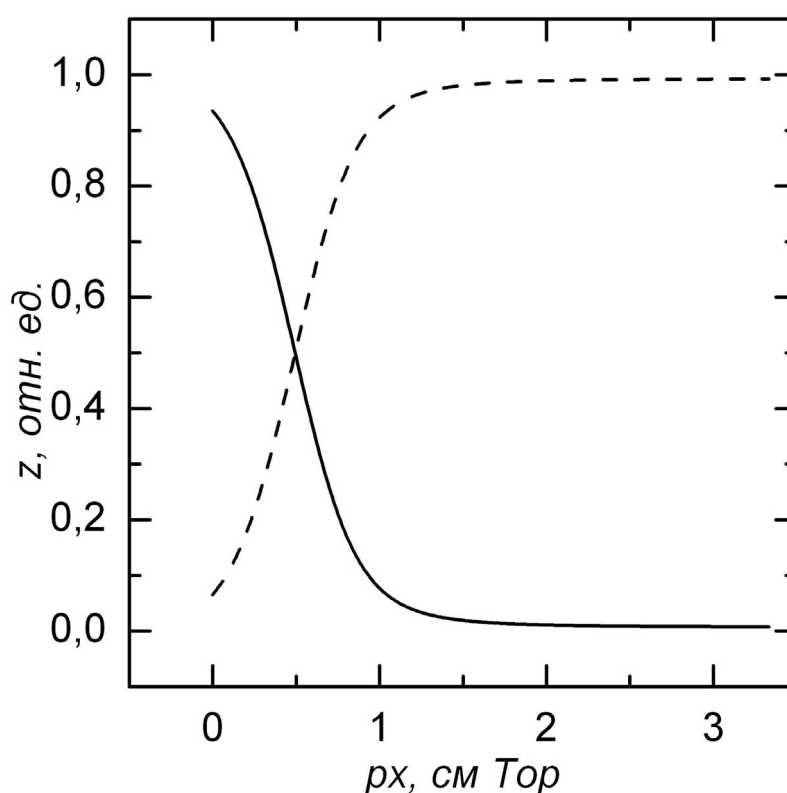


Рисунок 3.3. Профили распределения относительных плотностей ионного (сплошная линия) и электронного (пунктирная линия) токов в прикатодной области тлеющего разряда в азоте при напряжённости электрического поля на катоде $y_c=20$

Слой объёмного заряда фактически идентичен таковому, который описан в работах [44, 62-64]. Он характеризуется резким и почти линейным спадом напряжённости поля по координате от величины ε_c до значений, близких к полю в плазме ε_l . Длина слоя объёмного заряда имеет размеры,

характерные для пробивных значений, определяемых законом Пашена (1.4). Физические свойства катодного слоя объясняются тем, что при достаточно высоких значениях напряжённости на катоде $\varepsilon_c \gg \varepsilon_l$ происходит основное число актов ионизации атомов газа электронным ударом. При этом у катода возникает значительная концентрация положительных ионов, большая часть которых не успевает рекомбинировать в объёме.

В промежуточной области, напряжённость электрического поля экспоненциально спадает до значения ε_l , которое формально находится на бесконечном удалении от катода, где реализуется граничное условие (3.11). Здесь скорость процессов гибели частиц сравнима со скоростью их рождения, поэтому основные характеристики разряда меняются незначительно. В этом состоит важное отличие данной модели от других дрейфовых моделей, так как настоящая теория позволяет получить плавный асимптотический переход от слоя объёмного заряда к положительному столбу. Промежуточная область появляется благодаря включению модельного слагаемого, характеризующего объёмную гибель зарядов, которое также придает самосогласованности системе дифференциальных уравнений (3.9).

Общие решения (3.15) и (3.16) можно значительно упростить, если решать систему (3.9) по отдельности в катодном и промежуточном слоях.

3.4 Приближённое решение уравнений теории для катодного слоя

При построении решения только в области слоя объёмного заряда, можно пренебречь электронной концентрацией (то есть отбросить второе слагаемое в правой части уравнения Пуассона в (3.9)) и исключить из задачи явную зависимость решения от параметра λ (или, что тоже самое, от величины напряжённости поля в столбе ε_l). Действительно, в катодном слое

основной перенос тока, как говорилось в Главе 2, осуществляется положительными ионами, а напряжённости электрического поля существенно отличаются от стационарных значений. В этом случае целесообразно перейти к другим характерным масштабам поля и плотности тока, отличным от (3.8) и не содержащим величины ε_l :

$$y' = \frac{y}{\ln \lambda} = \frac{\varepsilon}{B}, \quad J' = \frac{J}{(\ln \lambda)^{s+1}} = \frac{j/p^2}{\varepsilon_0 A \mu_i B^{s+1}} \quad (3.17)$$

Тогда в выражении (3.13) можно провести интегрирование, и, с учётом малости параметра $\delta \ll \gamma$, в нашей модели записать приближённое равенство:

$$J'(y'_c) \approx (y'_c)^{s+1} E_{s+2} (1/y'_c) \left\{ \ln \left(\frac{1+\gamma}{\gamma+z_{em}} \right) - \frac{1-z_{em}}{1+\gamma} \right\}^{-1}. \quad (3.18)$$

Точность выражения (3.18) тем выше, чем больше y'_c . Отсутствие в (3.18) величины ε_l отражает тот факт, что плотность тока в этом приближении полностью определяется процессами ионизации газа в слое объёмного заряда и не зависит от интенсивности рекомбинационных процессов вблизи положительного столба.

В этом случае аналитическое решение существенно упрощается: связь между плотностью тока разряда и напряжённостью поля на катоде даётся выражением (3.18), а выражение для функции $f(y')$ в формуле для плотности ионного тока (3.14) принимает простой вид

$$f(y') \approx (y')^{s+1} E_{s+2} (1/y') \quad (3.19)$$

В рамках этого приближения участок резкого спада напряжённости поля в катодном слое можно с хорошей точностью заменить уравнением прямой линии, как это было сделано в [44]:

$$y'(a) \approx y'_c + a \cdot \left. \frac{dy'}{da} \right|_{a=0} = y'_c - \frac{J'(y'_c)}{(y'_c)^s} \cdot \frac{1-\delta(1+\gamma)-z_{em}}{(1+\gamma)(1-\delta)} a \approx y'_c - \frac{J'(y'_c)}{(y'_c)^s} \cdot \frac{1-z_{em}}{1+\gamma} a. \quad (3.20)$$

Отсюда с учётом выражения (3.18) для $J'(y'_c)$ легко получить оценку ширины катодного слоя, как координату точки a_c , в которой напряжённость поля (3.20) формально обращается в нуль:

$$a_c \approx \frac{(y'_c)^{s+1}}{J'(y'_c)} \cdot \frac{(1+\gamma)(1-\delta)}{1-\delta(1+\gamma)-z_{em}} \approx \frac{1}{E_{S+2}(1/y'_c)} \left(\frac{1+\gamma}{1-z_{em}} \ln \left(\frac{1+\gamma}{\gamma+z_{em}} \right) - 1 \right). \quad (3.21)$$

Именно эту величину a_c , определяемую только напряжённостью электрического поля на катоде y'_c и константами вторичной эмиссии, обычно принято считать, согласно [44, 62-64], длиной катодного слоя тлеющего разряда. На самом деле, корректнее называть эту величину шириной слоя объёмного заряда, а не всей активной прикатодной области.

Можно приближённо рассчитать величину падения напряжения u'_c в области слоя объёмного заряда:

$$u'_c \approx \frac{1}{2} y'_c a_c \approx \frac{y'_c}{2E_{S+2}(1/y'_c)} \left(\frac{1+\gamma}{1-z_{em}} \ln \left(\frac{1+\gamma}{\gamma+z_{em}} \right) - 1 \right). \quad (3.22)$$

Масштабом напряжения является отношение констант B/A , характеризующих ионизационный коэффициент Таунсенда (1.1), а абсолютная величина напряжения равна $U_c = (B/A)u'_c$.

Выражение (3.22) даёт известную (Рисунок 2.1) немонотонную зависимость падения потенциала u'_c от напряжённости поля на катоде y'_c . Вычисления показали, что при $s=1$ минимум падения напряжения соответствует $y'_c \cong 1,4$, а соответствующая величина плотности тока и падения напряжения, найденные из (3.18) и (3.22), будут примерно такими:

$$J'_{\min} \approx 0.32 \cdot \left\{ \ln \left(\frac{1+\gamma}{\gamma+z_{em}} \right) - \frac{1-z_{em}}{1+\gamma} \right\}^{-1}, \quad u'_{c\min} \approx 4.3 \cdot \left(\frac{1+\gamma}{1-z_{em}} \ln \left(\frac{1+\gamma}{\gamma+z_{em}} \right) - 1 \right) \quad (3.23)$$

Из (3.23) видно, что минимум вольтамперной характеристики катодного слоя с ростом z_{em} незначительно смещается в сторону высоких плотностей тока и более низких напряжений. Последнее обстоятельство объясняет неудачную попытку автора [62, 63] получить согласие расчётных величин нормальной плотности тока в различных газах с экспериментом путём включения в теорию дополнительного тока эмиссии с катода j_{em} .

Из Рисунка 3.4 видно, что на внешней границе слоя объёмного заряда концентрация ионов существенно превышает концентрацию плазмы в

положительном столбе. Следовательно, и доля ионного тока на входе в катодный слой отнюдь не мала, а именно $z(a_c) \cong 0,1 \gg \delta$ (при $z_{em} = 0$). Наши расчёты для различных газов показывают, что значение $z(a_c)$ лежит в диапазоне $0,09 \div 0,15$, а параметр δ находится в диапазоне $0,005 \div 0,01$. Путём непосредственных вычислений можно убедиться, что аналогичная картина имеет место и при $z_{em} \neq 0$. Точнее, с ростом параметра z_{em} , значение доли ионного тока на входе в слой объёмного заряда практически не меняется.

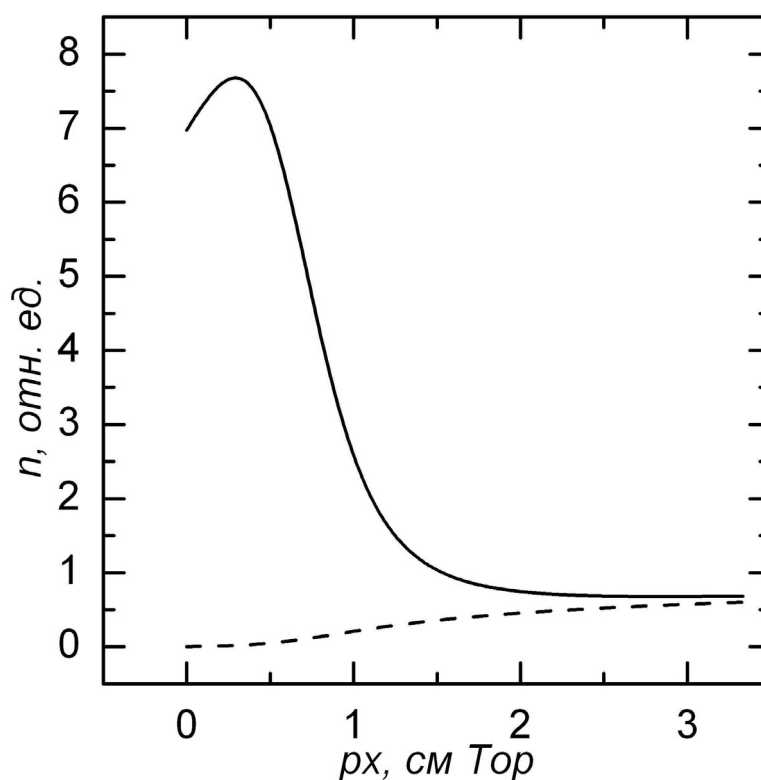


Рисунок 3.4. Профили распределения концентраций ионов (сплошная линия) и электронов (пунктирная линия) в прикатодной области тлеющего разряда при напряжённости электрического поля на катоде $u_c=20$

В работе [64] (см. также Главу 2), уже отмечалось, что лишь при сравнительно больших долях ионного тока на внешней границе катодного слоя ($z(a_c) \cong 0,1 \div 0,2$) расчёты дают величину катодного падения потенциала, близкую к реальным значениям. Предложенное здесь, более точное решение задачи, как раз и показывает, что переход от малых величин $z \sim \delta$, имеющих

место в плазме к необходимым для слоя объёмного заряда значениям $z(a_c) \sim 0,1$ требует наличия довольно протяжённого промежуточного слоя.

Отсутствие промежуточного слоя в модели Ульянова [64] не позволяет сгенерировать начальный эмиссионный ток достаточной величины при физически допустимых значениях δ . Следует отметить, что в отличие от [64] наша модель имеет решение для предельного случая, когда $\delta \rightarrow 0$.

Очевидно, что наличие промежуточной области между слоем объёмного заряда и плазмой положительного столба является необходимым атрибутом существования тлеющего разряда в промежутке. В реальном же тлеющем разряде эту роль выполняет отрицательное свечение и фарадеево тёмное пространство. Основные параметры этой переходной области можно оценить также, если записать приближённое решение в области напряжённостей порядка ε_I .

3.5 Приближённое решение уравнений теории в промежуточном слое

Для оценки параметров промежуточного слоя, автором было предложено проанализировать поведение решения уравнения (3.12) в окрестности граничного условия $z(y=1)=\delta$, имеющего место в области положительного столба. Это решение можно получить, если разложить левую и правую часть уравнения (3.12) соответственно в ряд по z и y в окрестности этой точки:

$$\left(\frac{z}{1-z} - \frac{\delta}{1-\delta} \right) = \frac{z-\delta}{(1-\delta)^2} + O((z-\delta)^2),$$

$$y^S (\lambda^{-1/y} - \lambda^{-1}) = \frac{\ln \lambda}{\lambda} (y-1) + O((y-1)^2)$$
(3.24)

и ограничиться линейными членами. Будем считать, что $z - \delta \approx \Delta z$ и $y - 1 \approx \Delta y$, а отношение конечных разностей $\Delta z / \Delta y$ можно приближённо заменить на

производную dz/dy . Подставляя полученные разложения (3.24) в уравнение (3.12), выразим эту производную:

$$\frac{dz}{dy} \approx \sqrt{\frac{\ln \lambda}{J\lambda}}(1-\delta) \quad (3.25)$$

Теперь можно записать разложение для $z(y)$ в окрестности $y=1$ следующим образом:

$$z(y) = \delta + \sqrt{\frac{\ln \lambda}{J\lambda}}(1-\delta)(y-1) + O((y-1)^2) \quad (3.26)$$

Ограничившись линейным членом разложения (3.26), подставим его во второе уравнение (3.9):

$$\frac{dy}{da} \approx -\sqrt{\frac{J \ln \lambda}{\lambda}}(y-1). \quad (3.27)$$

Это линейное уравнение описывает экспоненциальный характер релаксации напряжённости поля к стационарному значению ε_l , причём характерный линейный масштаб L этого процесса существенно зависит от плотности тока разряда J :

$$y(a) = 1 + (y_0 - 1) \cdot \exp\{-(a - a_0)/L\}, \quad y_0 = y(a_0) > 1, \quad L = \sqrt{\lambda/J \ln \lambda}. \quad (3.28)$$

На промежуточном слое падает напряжение U_s , абсолютную величину которого нетрудно оценить, используя характерные масштабы (3.8):

$$u_s \approx y_0 L \sim \sqrt{\frac{\lambda}{J \ln \lambda}}, \quad U_s = \frac{B}{A \ln \lambda} u_s \sim \frac{B}{A} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{J \ln^3 \lambda}}. \quad (3.29)$$

Сравнивая (3.29) с падением напряжения в катодном слое (3.22), можно отметить, что эти величины одного порядка. В промежуточном слое напряжённость поля мала по сравнению с полем в области объёмного заряда, но сам слой намного шире, и поэтому интегральные падения напряжения сравнимы. По формуле (3.28) можно оценить ширину исследуемого участка в разряде, которая, например, в азоте примерно равна $L \sim 50/A \cong 4 \text{ см} \cdot \text{Тор}$, что на порядок больше ширины катодного слоя. Отметим, что падение напряжения U_s не очень чувствительно к величине параметра λ . Это является несомненным достоинством нашей модели, так как величина λ в ней

определена лишь приближённо. Фактически, достаточно определить λ с точностью до порядка, чтобы задать приближённое значение электрического поля в столбе.

3.6 Вольтамперная характеристика тлеющего разряда

В предыдущих разделах были получены приближённые решения системы дифференциальных уравнений (3.9) отдельно для катодного слоя и для промежуточного слоя («предслоя»). Кроме того, для каждой области были получены приближённые функции падения напряжения (3.22) и (3.29). По мнению автора диссертации, напряжение горения тлеющего разряда складывается из (3.22) и (3.29). Фактически, неудачи моделей, которым посвящена обзорная Глава 2, были вызваны тем, что их авторы рассматривали вольтамперную характеристику только слоя объёмного заряда. В связи с этим вольтамперная кривая предложенной модели [66, 67] количественно будет существенно отличаться от рассчитанной ранее.

Зависимость полного падения напряжения от полной плотности тока является параметрической кривой $u_c(J(y_c))$, где в качестве параметра выступает напряжённость электрического поля на катоде y_c . Полная плотность тока определяется выражением (3.13), а падение напряжение на прикатодной области формулой

$$u_f(y_c) = u_c(y_c) + u_s(J(y_c)) \approx \frac{1}{2} \frac{y_c^{S+2}}{J(y_c) \ln \lambda} \cdot \frac{(1+\gamma)}{1-z_{em}} + \sqrt{\frac{\lambda}{J(y_c) \ln \lambda}} \quad (3.30)$$

Данное выражение очень мало зависит от вариации параметров λ и δ (разумеется, в физически осмысленных пределах). На Рисунке 3.5 приведена вольтамперная характеристика прикатодной области (сплошная кривая) и катодного слоя отдельно (пунктиром), построенные по формулам (3.13), (3.22) и (3.30). Обе кривые содержат поднормальные и аномальные ветви. Как уже говорилось в Главе 2, поднормальные ветви физически не

реализуются из-за свойственного им отрицательного дифференциального сопротивления. Аномальные ветви представляют интерес для плотностей токов, близких к нормальным значениям (так называемый слабо аномальный разряд), при которых ещё недостаточно энергии для ударной ионизации атомов или молекул газа положительными ионами, а также напряжённости поля не превышают допустимых значений в аппроксимации (1.1).

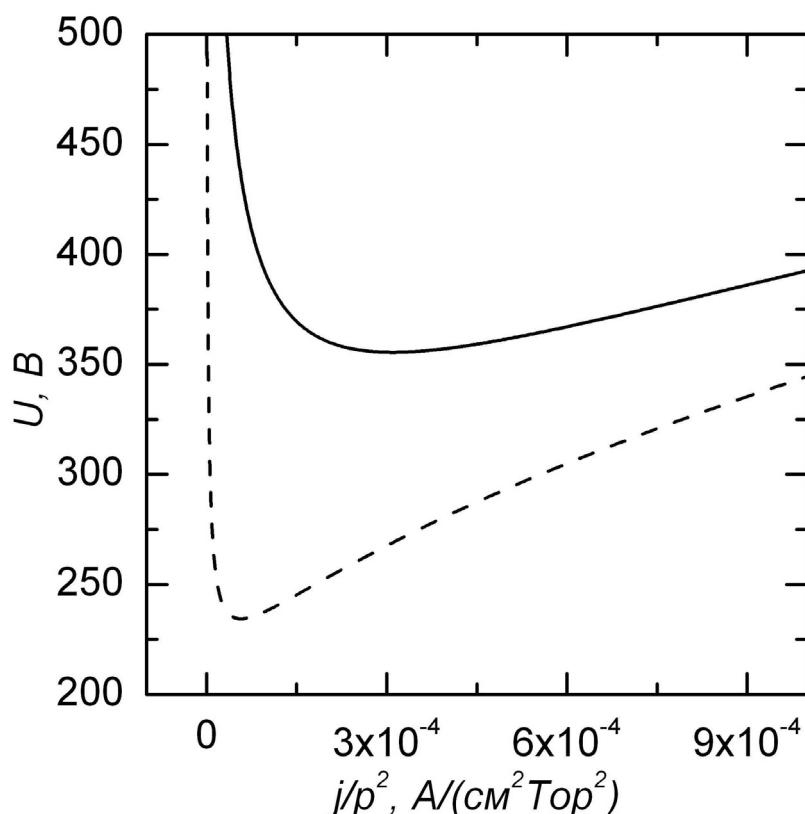


Рисунок 3.5. Вольтамперные характеристики слоя объёмного заряда в азоте (пунктирная линия) и прикатодной области в целом (сплошная линия) без учёта дополнительного эмиссионного тока с катода ($z_{em}=0$).

Расчёты показывают, что суммарное падение напряжения существенно превышает падение напряжения на слое объёмного заряда. Но более значимым является смещение точки, отвечающей минимальному напряжению на полной характеристике разряда, в область больших плотностей тока. Именно эту точку обычно отождествляют с нормальным

тлеющим разрядом. При увеличении доли тока дополнительной внешней эмиссии с катода $z_{em} \neq 0$ значение минимума заметно уменьшается по напряжению (Рисунок 3.6). Плотность тока, соответствующая точке минимума также смещается в область более сильных токов. Интересно заметить, что минимум вольтамперной характеристики катодного слоя при наращивании z_{em} ведет себя иначе – он уменьшается только по напряжению горения, оставаясь почти постоянным по плотности тока. Если в качестве дополнительной эмиссии на катоде считать фотоэлектронную эмиссию под действием излучения, генерируемого в области отрицательного свечения, то влияние этого механизма на параметры нормального тлеющего разряда становится очевидным.

Ещё к одному важному выводу при анализе вольтамперных характеристик на Рисунке 3.5 можно прийти, если обратить внимание на поведение аномальных ветвей тлеющего разряда. В ранних исследованиях [62-64] было замечено, что расчётные характеристики для слоя объёмного заряда в аномальном тлеющем разряде растут более круто, чем это имеет место в экспериментах. Предложенная здесь общая теория также указывает на подобный эффект для слоя объёмного заряда. Так на Рисунке 3.5 видно, что его характеристика имеет существенно больший наклон, нежели полная. Более того, на Рисунке 3.6 показано как увеличение z_{em} приводит к тому, что аномальная ветвь вольтамперной характеристики становится более пологой.

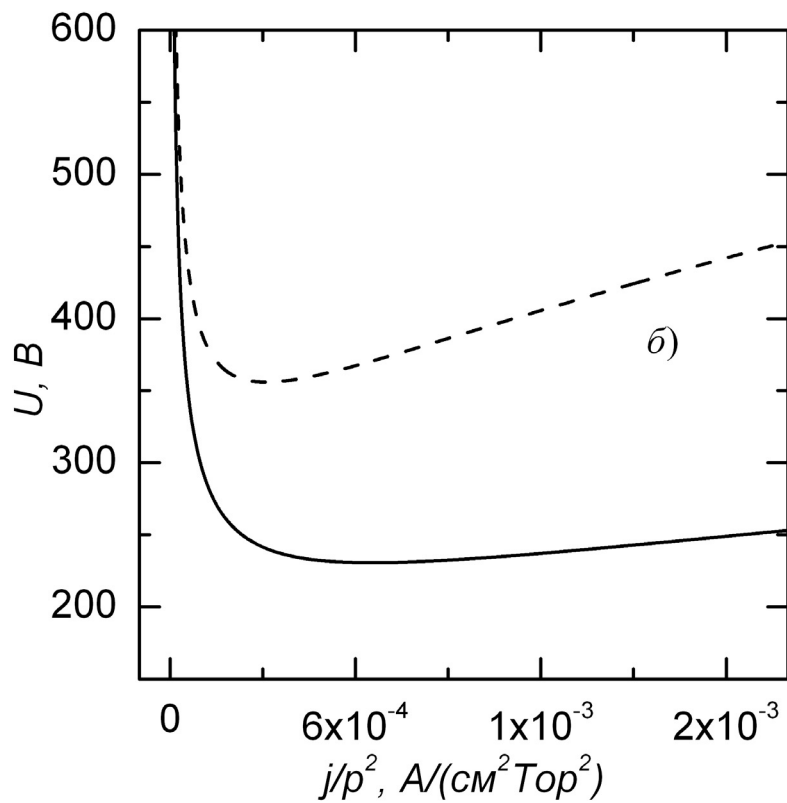
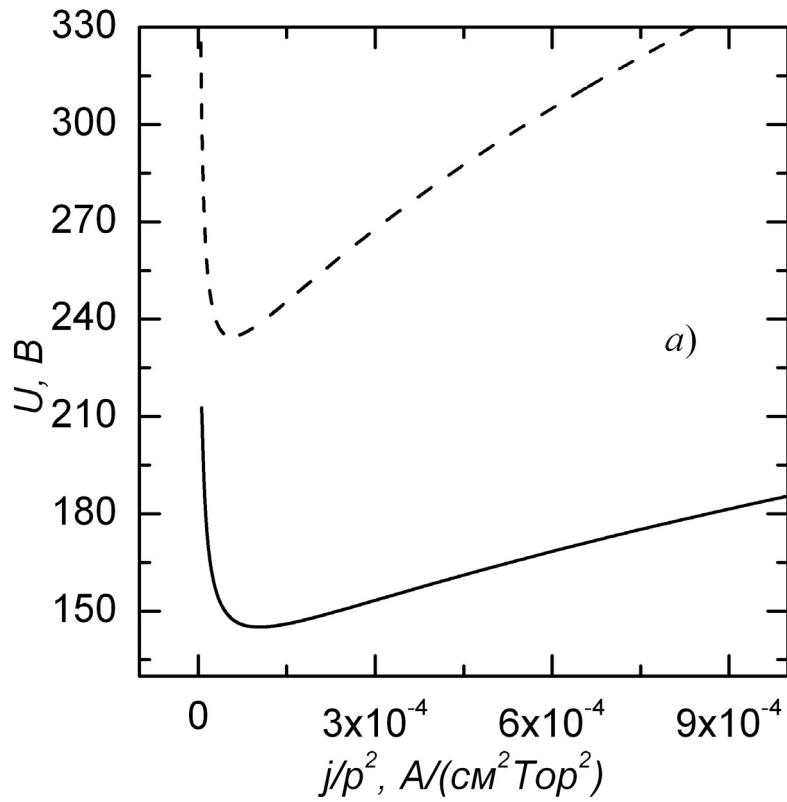


Рисунок 3.6. Вольтамперные характеристики: *а)* катодного слоя отдельно и *б)* прикатодной области в азоте с учётом тока дополнительной эмиссии на катоде $z_{em}=0,1$ (сплошная линия) и без него $z_{em}=0$ (пунктиром).

3.7 Нормальный тлеющий разряд

Известно (см. Главу 2), что, начиная с работы Энгеля [44], основным недостатком большинства локальных моделей тлеющего разряда было слишком плохое соответствие расчётов нормальной плотности тока с экспериментом. Фактически, это обстоятельство послужило основанием считать все модели с дрейфовым приближением движения зарядов физически несостоятельными. Уточнение аппроксимаций скоростей дрейфа и коэффициента Таунсенда [63] по-прежнему не приводило к лучшему согласию с экспериментальными данными по величине нормальной плотности тока, притом что совпадение по напряжению горения и длине катодного слоя было вполне удовлетворительным.

Предлагаемая в данной главе теория прикатодной области тлеющего разряда не только лишена указанного недостатка, но и позволяет по-новому взглянуть на причины неудач ранних моделей, обзор которых приведён в Главе 2. Исходя из промежуточных результатов предыдущего раздела можно сказать, что основной ошибкой ранних моделей послужило рассмотрение катодного слоя как автономной системы, в которой условие самоподдержания тока не выполняется в принципе и плотности тока начальной эмиссии не хватает, чтобы минимум вольтамперной характеристики находился в области экспериментально наблюдаемых нормальных плотностей токов. Введение в замкнутую систему слоя объёмного заряда дополнительного эмиссионного тока j_{em} [63], как следует из Рисунка 3.6, не приводит к существенному изменению нормальной плотности тока, так как желаемого смещения минимума не происходит.

В качестве подтверждения корректности данной дрейфовой модели автор диссертации предлагает результаты расчётов нормальной плотности тока, напряжения горения и длины катодного слоя без учёта

дополнительного тока эмиссии ($z_{em}=0$) для наиболее хорошо изученных экспериментально газов (Таблица 3.1).

В этих расчётах для всех газов использовались значения параметров $\lambda=10^7$ и $s=1$. Для каждого газа параметр δ принимался равным отношению подвижностей ионов и электронов (1.1) в слабом поле $\sim \varepsilon_I$, а коэффициент γ был взят из [1-5]. Приведённые в таблице для сравнения экспериментальные данные взяты из работ [1, 71-73].

Таблица 3.1. Расчётные значения плотности тока, напряжения горения и длины катодного слоя нормального тлеющего разряда в различных газах при $z_{em}=0$. Серым цветом выделены значения, соответствующие экспериментальным данным.

Воздух	Аргон	Азот	Гелий	Криптон	Ксенон	Водород	Неон
Плотность тока нормального тлеющего разряда, $\mu\text{A}/(\text{cm}^2 \cdot \text{Top}^2)$							
330-570	20-160	380-400	2,2-5	43	16	64-110	5-18
420	75	320	6	47	55	130	28
Напряжение горения нормального тлеющего разряда, В							
180-370	64-165	157-233	59-177	215	306	94-276	75-220
275	160	350	80	200	272	298	180
Ширина слоя объёмного заряда в нормальном тлеющем разряде, $\text{cm} \cdot \text{Top}$							
0,24-0,52	0,29-0,33	0,31-0,42	1,30-1,45	0,26	0,23	0,16-1,0	0,64-1,62
0,44	0,60	0,60	1,30	0,36	0,50	1,2	0,70

Видно, что в подавляющем большинстве случаев теоретические оценки правильно предсказывают не только порядок, но и точное значение всех упомянутых величин. Это позволяет утверждать, что предложенная модель прикатодной области тлеющего разряда, в которой используется дрейфовое приближение при описании движения заряженных частиц и локальный коэффициент ионизации Таунсенда, даёт хорошее теоретическое описание нормального тлеющего разряда при условии её внутренней физической непротиворечивости. Этот вывод отнюдь не является тривиальным, так как до сих пор в рамках таких моделей [44, 62-64] не удавалось получить удовлетворительной оценки всей совокупности характеристик нормального тлеющего разряда в газах, хорошо изученных экспериментально.

Указанный в Таблице 3.1 разброс наблюдаемых в эксперименте значений объясняется различным выбором материала катода и других условий эксперимента, которые данная теория не учитывает. В предложенной здесь модели зависимость результатов вычислений от материала катода фиксируется параметром дополнительной эмиссии с катода z_{em} . На данном этапе необходимо сделать важное замечание о вкладе z_{em} в обобщённый коэффициент вторичной эмиссии с катода. Если в качестве отправной точки использовать формулу закона Пашена (1.4) и считать значения пробивного напряжения и длины промежутка известными из эксперимента, то можно определить параметр γ , решая (1.4) как алгебраическое уравнение. Результат данного вычисления весьма интересен с точки зрения изучения «чистых» процессов выбивания ионами вторичных электронов, так как параметр γ оказывается на порядки меньше значений, указанных в Таблице 1.3. Например, для азота он оказывается равным $\gamma=0,005$. Остальная доля тока вторичной эмиссии, очевидно, формируется за счёт прочих вторичных процессов, например, фотоэмиссии с катода.

3.8 Аномальный тлеющий разряд

Предложенная теория позволяет также рассчитывать параметры аномальной ветви вольтамперной характеристики тлеющего разряда. В таком режиме ширина слоя объёмного заряда сокращается, а напряжение на нём возрастает. Естественно, что в сильно аномальном режиме дрейфовое приближение становится заведомо неприемлемым, и ионизация газа должна рассчитываться с учётом нелокальной функции распределения и дополнительного механизма ударной ионизации газа. Второй особенностью аномального режима является повышенная плотность тока и, соответственно, интенсивность излучения плазмы в области отрицательного свечения, которым отчасти объясняется само возникновение аномального разряда.

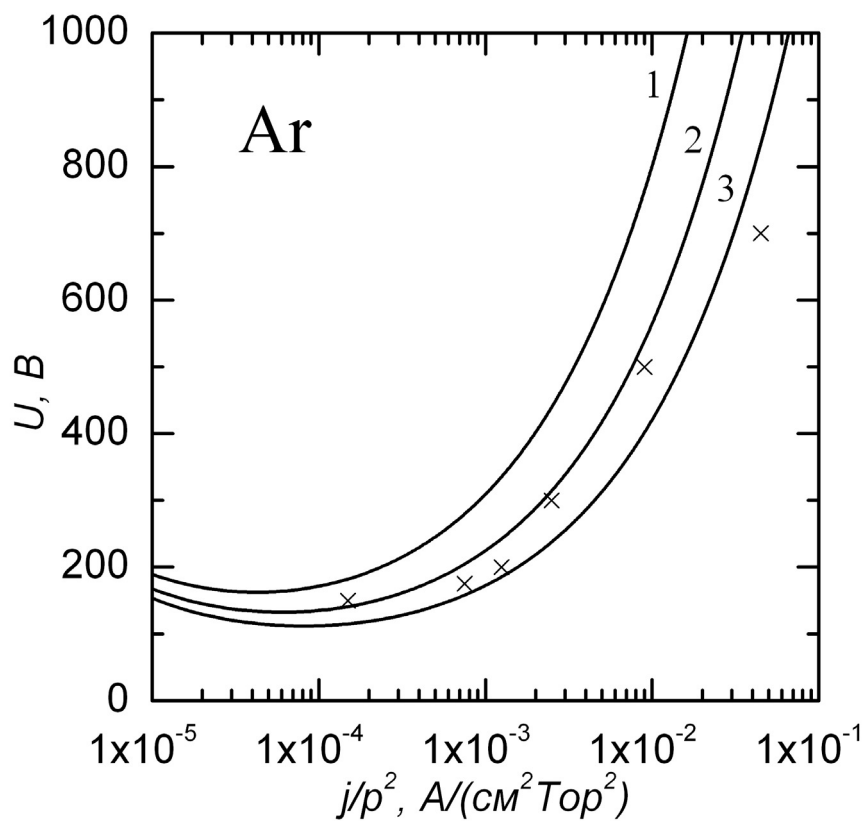
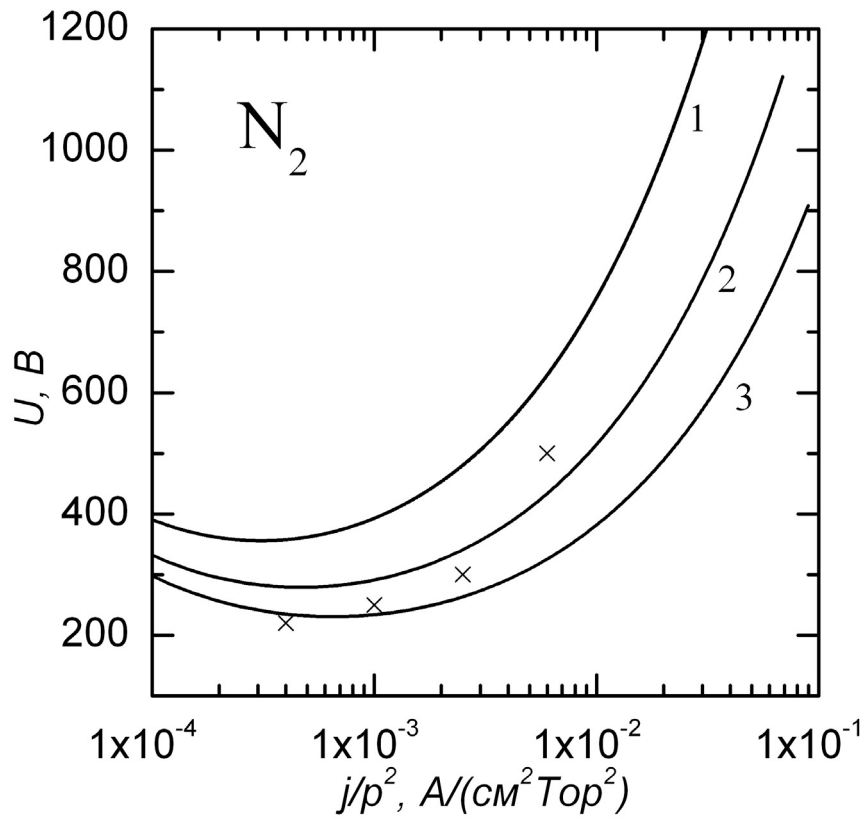


Рисунок 3.7. Аномальные ветви вольтамперной характеристики тлеющего разряда в азоте и аргоне для $1 - z_{em}=0$, $1 - z_{em}=0,05$ и $1 - z_{em}=0,1$. Крестиками обозначены результаты экспериментальных измерений на основании источников [71-75].

На Рисунке 3.7, приведены расчёты в рамках предложенной модели аномальных ветвей для тлеющего разряда в азоте и аргоне. Там же крестиками отмечены экспериментальные значения, взятые из работ [71-75]. Нетрудно заметить, что для $z_{em}=0,1$ наблюдается наиболее точное сравнение с экспериментом. Собственно в данной задаче величина z_{em} выполняет роль «подгоночного» параметра, который имеет хорошо определенный физический смысл.

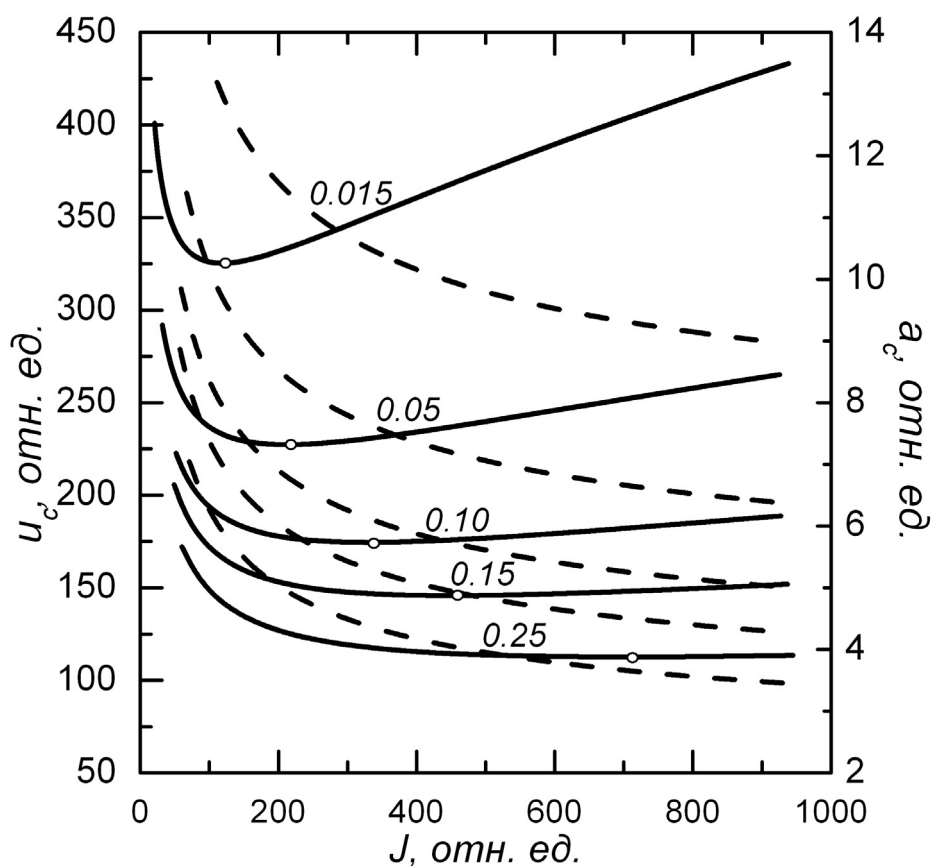


Рисунок 3.8. Вольтамперные характеристики прикатодной области (сплошные линии, ось ординат слева) и зависимости ширины слоя объёмного заряда от плотности тока тлеющего разряда (штриховые линии, ось ординат справа). В расчёте приняты значения параметров $\delta=0.005$ и $\lambda=10^7$, величины параметра γ указаны рядом с соответствующими кривыми. Светлыми точками отмечен режим нормального тлеющего разряда.

Рисунок 3.8 иллюстрирует смещение вольтамперных характеристик в зависимости от изменения эффективного значения параметра γ (z_{em}) в

относительных единицах для азота. Вариация параметра j_{em} в предложенной модели для области слабо аномального разряда позволяет описывать также тлеющий разряд с полым катодом, в котором генерация положительных ионов сопровождается интенсивными вторичными процессами в объёме полости. Из эксперимента [76] известно, что вольтамперная характеристика разряда с подобной геометрией, в отличие от плоскопараллельной геометрии, в общем случае имеет два минимума. Первый минимум соответствует первоначально инициированному нормальному тлеющему разряду, горящему на внешних поверхностях катода, которые имеют площадь, существенно меньшую, чем внутренняя поверхность. Вторым минимумом соответствует нормальному тлеющему разряду, горящему в полости катода. В соответствии с формулой (3.30) характеристика разряда с полым катодом получается путём сшивания двух функций $U(j/p^2)$: одна из которых соответствует вольтамперной характеристике с малой долей дополнительной эмиссии с катода $z_{em} \sim 0$, а вторая – наоборот с $z_{em} \sim 1$ соответственно. Данное описание качественно подтверждается экспериментально, так как нормальное напряжение горения разряда в полости существенно ниже, чем в обычном разряде (на сотни вольт). Отличительной особенностью предложенной модели [66, 67] является также и тот факт, что одновременный и значительный сдвиг в область более высоких токов при росте j_{em} обеспечивается благодаря переходной области.

3.9 Выводы к Главе 3

На основании анализа предложенной в данной главе теоретической модели прикатодной области тлеющего разряда [66, 67] можно сделать следующие выводы:

- Рассматриваемая теория впервые позволяет, при физически допустимых исходных параметрах, получить самосогласованное

аналитическое решение системы дифференциальных уравнений, которое непротиворечиво описывает как катодный слой, так и переходную область, непосредственно примыкающую к положительному столбу.

- Модель позволяет найти самосогласованные решения при произвольном изменении двух заданных параметров в области положительного столба: плотности тока в столбе - j/p^2 и напряжённости поля - ε_l в нём (или удельной проводимости столба). Это открывает возможность исследовать теоретически и несамостоятельные режимы горения объёмного разряда, когда проводимость столба поддерживается внешним ионизатором.
- Промежуточную область между стационарной плазмой положительного столба разряда и катодом в рамках рассматриваемой модели можно интерпретировать как функциональный аналог реального промежуточного слоя: отрицательного тлеющего свечения и фарадеева тёмного пространства классического тлеющего разряда. Именно в этой области разряда формируются необходимые соотношения между электронным и ионным токами, которые обеспечивают наблюдаемые параметры области объёмного заряда.
- Появление промежуточной области напрямую связано с введением в задачу формального параметра λ , характеризующего убыль частиц. В результате, его влияние свелось к определению поля в положительном столбе разряда, что вполне адекватно реальной ситуации.
- Было показано, что в слое объёмного заряда решение системы уравнений модели существенно не зависят от λ . Катодный слой предложенной модели не отличается от такового в моделях [62-64], поэтому с данной точки зрения [66, 67] является корректным физическим обобщением ранее предложенных моделей.

- Данная модель впервые позволила рассчитать основные параметры нормального тлеющего разряда в различных газах, которые находятся в хорошем согласии со всей совокупностью известных экспериментальных данных. В частности, определение величины напряжения горения разряда с учётом падения напряжения в переходной области позволяет получить более высокие плотности тока нормального тлеющего разряда по сравнению с вычислениями других авторов.
- Имеющиеся расчёты позволяют утверждать, что предложенная в данной диссертации теория имеет предсказательную силу и для слабо аномального тлеющего разряда.
- Модель позволяет учесть дополнительную эмиссию электронов с катода, что открывает возможность исследовать несамостоятельные режимы горения разряда, а также влияние излучения других частей разряда на его характеристики. Было, в частности, показано, что дополнительный ток j_{em} существенно влияет на характеристики нормального тлеющего разряда. Так, например, можно, варьируя параметр j_{em} , описать переход тлеющего разряда с внешних поверхностей полого катода внутрь полости, при этом добиваясь согласия с экспериментом в обоих минимумах вольтамперной характеристики такого разряда. Точное определение значения j_{em} является одним из возможных направлений для дальнейших исследований в рамках предложенной модели разряда.
- В разделе 3.4 данной главы дан ответ на вопрос: «Почему для достижения требуемого согласия с экспериментом для нормальных плотностей токов в [64] необходимо было использовать завышенные значения параметра δ ?» Данное обстоятельство вызвано внутренней противоречивостью [64], где отсутствует промежуточный слой,

необходимый для генерации начального эмиссионного тока достаточной величины.

ГЛАВА 4. ТЕОРИЯ ОБЪЁМНОГО РАЗРЯДА С ВНЕШНЕЙ ИОНИЗАЦИЕЙ И ТРОЙНОЙ РЕКОМБИНАЦИЕЙ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ГАЗЕ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

4.1 Основные теоретические положения

Помимо рассмотрения самостоятельного газового разряда, большое практическое значение [1-5] имеют процессы протекания тока в газоразрядном промежутке в так называемом несамостоятельном режиме. Наиболее распространенной является ситуация, когда проводимость промежутка обеспечивается путём облучения его внешним ионизатором – потоком быстрых электронов или электромагнитным излучением [77, 78]. За счёт ионизации газовых молекул или атомов в объёме создаётся низкотемпературная плазма, а приложенное к электродам электрическое поле обеспечивает протекание тока. С точки зрения тематики настоящей диссертации, такой разряд интересен, прежде всего, тем, что имеет механизмы проводимости, сходные с тлеющим разрядом [79-81]. Фактически, повышая напряжение на промежутке, мы, рано или поздно, будем наблюдать переход несамостоятельного разряда в самостоятельный. При значительных объёмных скоростях ионизации Ψ (более $10^{16} \text{ см}^{-3} \text{ сек}^{-1}$) и давлениях газа более 100 Тор увеличение напряжённости электрического поля происходит только в приэлектродных слоях. При этом падение напряжения на них оказывается незначительным по сравнению с напряжением горения разряда. Это указывает на то, что проводимость промежутка практически полностью определяется скоростью внешней ионизации Ψ . Очевидно также, что применение внешних источников ионизации позволяет создавать высокие плотности тока разряда.

Объёмный разряд обладает рядом качеств, имеющих широкое применение в приложениях. Впервые, разряд, поддерживаемый внешней ионизацией электронным пучком, был использован в коммутаторах

импульсных токов [77, 81, 82]. Также данный разряд стал использоваться для накачки CO₂-лазеров при давлениях, превышающих атмосферное [80, 83, 84]. Возможность зажигания стационарного разряда в углекислом газе и его смесях при атмосферном давлении была продемонстрирована в работах [85, 86], посвященных импульсным CO₂-лазерам, работающим в проточном режиме. Ещё в [77, 81] было обращено внимание на возможность получения разряда высокого давления в несамостоятельном режиме. В этом случае достигается независимое управление напряжением горения, током разряда и площадью, занимаемой разрядом в столбе. Изменение плотности тока непосредственно определяется параметром Ψ . Разряд, поддерживаемый внешним ионизатором, интересен также в качестве среды плазменного реактора, вследствие высокой степени неравновесности плазмы и возможности точной регулировки электронной температуры от долей электрон-вольта до нескольких единиц [87, 88]. Значительный интерес представляет возможность использования разрядов данного типа для коммутации импульсных токов. Приборы на основе несамостоятельного объёмного разряда получили название инжекционных тиратронов [89, 90]. В общих чертах, этот прибор позволяет полностью управлять током, протекающим через него, что позволяет использовать его в качестве низкоиндуктивного коммутатора, работающего при высоких частотах следования импульсов.

В случае протяжённых разрядов, большой объём промежутка заполнен квазинейтральной плазмой и напряжение, приложенное к зазору, определяется расстоянием между электродами и напряжённостью поля в столбе. Описание таких разрядов сводится к вычислению падения напряжения на столбе, так как искажением электрического поля в приэлектродных областях можно пренебречь [41]. Основную сложность представляет случай несамостоятельного режима горения разряда и случай,

когда промежуток имеет малую длину pL (порядка нескольких $см \cdot Top$). В этих случаях падение напряжения на приэлектродных слоях, в которых напряжённость поля, концентрации заряженных частиц и плотности их токов изменяются резко, сравнима с падением напряжения на положительном столбе. Особый интерес представляет также случай протекания тока в режиме так называемого затруднённого разряда. Он имеет место в случае, когда расстояние между электродами становится меньше пробивного, и разряд поддерживается только благодаря внешней ионизации, так как межэлектродного пространства недостаточно для формирования катодного слоя, а, следовательно, и для развития самостоятельной формы разряда.

Следует отметить, что с позиции математического моделирования процесса в разрядах с внешней ионизацией наиболее привлекательными, в силу своей относительной простоты, являются именно дрейфовые модели. Первая попытка расчёта вольт-амперной характеристики в рамках дрейфового приближения была предпринята в [91], однако в то время ещё не существовало непротиворечивой теории нормального тлеющего разряда, которая бы позволяла получать приемлемое совпадение с экспериментом по ряду параметров. Авторы работы [91] считали [41], что получение корректных количественных результатов возможно только при правильном выборе приближений в решении системы дифференциальных уравнений, а также при использовании «достоверных» зависимостей для дрейфовых скоростей и параметра α/p . Важно здесь отметить, что результаты [91] не имели согласия с экспериментальными данными в области нормальных плотностей токов для высоких скоростей внешней ионизации. Именно поэтому был сделан вывод, что разумный подход к решению задачи заключается в подборе таких аппроксимаций для скоростей дрейфа и коэффициента Таунсенда, при которых полученная вольтамперная характеристика совпадает с экспериментальной в области нормальных

плотностей тока. Только после этого предлагалось достраивать решение в область малых плотностей токов. Похожая ситуация описана в Главе 2 при обсуждении модели Ворда [62, 63], где подробно объяснено что никакие усложнения реальных аппроксимаций не приводят к удовлетворительным результатам. Как теория [62, 63], так и расчёты по [91] не имели предсказательной силы ни для несамостоятельного разряда, ни для разряда с внешней ионизацией. Поэтому в настоящей главе автор диссертации ставит перед собой задачу изложить предложенную им стационарную математическую модель газового разряда с внешней ионизацией для коротких промежутков.

4.2 Математическая модель промежутка

Как и предыдущей главе, будем рассматривать протяжённую линейную модель разрядного промежутка длины d , к которому приложено напряжение U_0 [92-94]. Пусть при этом точка с координатой $x=0$ соответствует катоду, а точка $x=d$ - аноду. Рассмотрение промежутка, для сохранения общности, не будем сводить (как в Главе 3) к изучению только прикатодного слоя.

Для того чтобы создать в промежутке начальную концентрацию заряженных частиц n_0 , и тем самым обеспечить возможность протекания тока, необходимо вначале образовать в нём ионизованное состояние. Для строгого учёта ионизации газа внешним источником, например быстрыми электронами, необходимо включать в теорию кинетическое уравнение переноса электронов в веществе и рассматривать систему электронов пучка совместно с уравнениями для зарядов, осуществляющих перенос тока. Кроме того, требуется учитывать и тот факт, что газовая камера и ускоряющий электроны промежуток разделены. Однако в таком случае задача чрезмерно усложняется и теряет наглядность, поэтому здесь предлагается рассмотреть

наиболее простой вариант включения внешнего ионизатора в задачу – это задание постоянной скорости объёмной ионизации газа $\Psi = const$.

Будем считать что, как и ранее, мы рассматриваем движение зарядов в промежутке только в дрейфовом режиме, когда скорость частицы в точке определяется локальным значением напряжённости электрического поля, тогда полная плотность тока определяется как сумма

$$j = j_e + j_+ = en_+v_+ + en_e v_e = const \quad (4.1)$$

где n_+ и n_e – концентрации ионов и электронов соответственно, а v_+ и v_e – скорости дрейфа ионов и электронов соответственно, e – элементарный заряд. Для простоты положим, что в объёме разряда существуют только один сорт ионов, что вполне допустимо физически, а с математической точки рассматривается как существенное упрощение.

При давлении в несколько сотен *Tor* основным механизмом гибели заряженных частиц является трёхчастичная рекомбинация в объёме, и лишь незначительная часть зарядов уходит на стенки разрядной камеры. Рождение частиц происходит как под действием внешнего ионизатора, так и благодаря механизму ударной ионизации Таунсенда, а также за счёт вторичных процессов на катоде. Плотности токов ионов и электронов подчиняются соответствующим уравнениям непрерывности

$$\begin{aligned} -\frac{dj_+}{dx} &= \alpha j_e - e\beta n_e n_+ + e\Psi, \\ \frac{dj_e}{dx} &= \alpha j_e - e\beta n_e n_+ + e\Psi \end{aligned} \quad (4.2)$$

Следствием (4.2) является условие постоянства плотности тока (4.1), поэтому в качестве необходимых уравнений задачи возьмем первое уравнение в (4.2) и условие (4.1). Если считать, что изменение полной плотности тока разряда не сопровождается перераспределением напряжения на элементах электрической цепи, в том числе и на электродах, то для описания процесса горения

разряда достаточно дополнить систему (4.2) одномерным уравнением Пуассона

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{e}{\varepsilon_0}(n_+ - n_e) = -\frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{j_+}{v_+} - \frac{j_e}{v_e} \right) \quad (4.3)$$

которое позволяет учитывать искажение поля в промежутке создаваемым там объёмным зарядом.

Для решения системы уравнений (4.2)-(4.3) необходимо определить функциональные зависимости $\alpha(\mathcal{E})$, $v_+(\mathcal{E})$ и $v_e(\mathcal{E})$. Как и в теории нормального тлеющего разряда без внешнего ионизатора, эти параметры определяются в наиболее простой форме без какого-либо произвола, позволяющего подбирать наиболее «верное» с точки зрения эксперимента окончательное решение. Так зависимость коэффициента Таунсенда от напряжённости электрического поля мы по-прежнему выбираем в виде (1.1), а для $v_+(\mathcal{E})$ и $v_e(\mathcal{E})$ используем формулы (3.7) при $s=1$.

Уравнения (4.2)–(4.3) удобно привести к безразмерным переменным: координатам a , приведённой напряжённости поля y и доли ионного тока z :

$$a = Apx, \quad y = (E/p)/B, \quad z = j_+/j, \quad (4.4)$$

$$\begin{cases} -\frac{dz}{da} = \frac{\varphi}{J} + (1-z) \left(e^{-1/y} - J\rho \frac{z}{y^2} \right) \\ \frac{dy}{da} = \frac{J}{y} \frac{\delta - z}{1 - \delta} \end{cases} \quad (4.5)$$

Параметр $\delta = \mu_+/(\mu_+ + \mu_e) \ll 1$ определяет долю ионного тока в квазинейтральной плазме, а три безразмерных параметра задачи характеризуют соответственно плотность тока разряда J , скорость рекомбинации ρ и интенсивность внешнего ионизатора φ соответственно:

$$J = \frac{j/p^2}{\varepsilon_0 \mu_+ AB^2}, \quad \rho = \frac{\varepsilon_0 \beta p}{e \mu_e}, \quad \varphi = \frac{e\Psi}{\varepsilon_0 \mu_+ A^2 B^2 p^3} \quad (4.6)$$

Уравнения системы (4.5) путём деления одного на другое сводятся к уравнению Абеля второго рода [95], аналитическое решение которого представляет серьёзные трудности, поэтому предлагается решать (4.5) численно, например методом Рунге-Кутты. Следует обратить внимание на выбор метода численного счета уравнений (4.5), так как поставленная задача является краевой, то есть её граничные условия заданы на обеих границах области интегрирования.

Численное решение (4.5) удобнее начинать с постановки задачи Коши с начальными условиями внутри промежутка. Будем отталкиваться от того, что в целом разряд характеризуют параметры полной плотности тока j/p^2 (J) и интенсивности внешнего ионизатора Ψ (ϕ). Имея их в распоряжении, можно вычислить характерную напряжённость электрического поля в столбе плазмы - y_0 , при котором правая часть первого уравнения (4.5) обращается в нуль и соответствующую долю ионного тока в нём $z_0 = \delta$. Эти значения ионного тока и напряжённости поля, являющиеся стационарными решениями системы (4.5), и, будучи взятыми в качестве начальных условий задачи Коши для (4.5), соответствуют решению с промежутком бесконечной длины. Точка с координатами (y_0, z_0) является устойчивой стационарной точкой типа седло для динамической системы (4.5) [96, 97]. На фазовой диаграмме (Рисунок 4.1) видно, что через (y_0, z_0) проходят только две траектории, являющиеся сепаратрисами седла. Так как физически корректным решением является результат для промежутка конечной длины, то необходимо выбрать начальные величины (y_1, z_1) , с которых начинается численное интегрирование системы уравнений (4.5). Очевидно, что решения с конечным промежутком находятся в окрестности стационарной точки, а также то, что одна из координат фиксирована $z_1 = \delta$. На фазовом портрете системы (4.5) в таком случае существует две возможности выбора второй координаты $y_1 > y_0$ и $y_1 < y_0$. Исходя из того, что доля ионного тока в

реальном разряде уменьшается от катода к аноду, то выбор в качестве значения электрического поля $y_1 < y_0$, очевидно, приведёт к обратной картине и нефизическому решению. Таким образом, определение длины газоразрядного промежутка сводится к заданию начальных условий ($y_1 > y_0, \delta$), которые задают напряжённость поля и долю ионного тока в области квазинейтральной плазмы. Важно отметить, что анализ динамической системы, состоящей из двух уравнений непрерывности (для концентраций ионов и электронов) и уравнения Пуассона вместо предложенной аналогичной системы из двух уравнений (для плотности тока ионов и уравнения Пуассона) – гораздо более нетривиальная задача. Этим фактом, отчасти, объясняется то обстоятельство, что в [91] получались расходящиеся решения, не имеющие физического смысла.

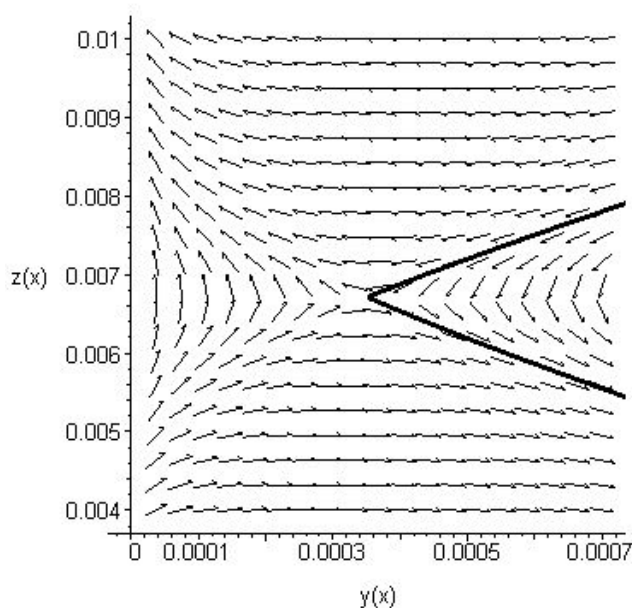


Рисунок 4.1. Фазовый портрет системы дифференциальных уравнений (4.5) в окрестности стационарной точки (y_0, δ) и физическое решение (сплошной линией), соответствующее промежутку конечной длины.

Как и ранее (Глава 3) на катоде, согласно основным представлениям о разряде, происходят процессы вторичной ион-электронной эмиссии, а у

анода концентрация ионов нулевая, поэтому граничные условия краевой задачи определяются на электродах следующим образом:

$$\begin{aligned} z(a=0) &= \frac{1}{1+\gamma}, \\ z(a=d) &= 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

После того как мы определили начальную точку интегрирования системы (4.5) для некоторого значения координаты $a=a_p$, далее интегрирование нужно вести влево до тех пор, пока значение z не достигнет (4.7). Это и будет координата катодной плоскости. Аналогично система (4.5) интегрируется от $a=a_p$ вправо до тех пор пока $z=0$ и так определяется расстояние до анода. Одна из вычислительных ошибок, допущенных в [91] заключалась в том, что вольтамперные характеристики строились без учёта данной методики определения длины газоразрядного промежутка, при которой каждому значению Ψ и j/p^2 соответствовало своё значение pL и y_1 . Из-за этого кривая характеристики в [91] приобретала немонотонности в поднормальной ветви разряда, которым не удавалось найти физического объяснения.

Решения системы уравнений (4.5) с граничными условиями (4.7) позволяют нам найти распределение концентраций, токов и напряжённости электрического поля в промежутке фиксированной длины. Для построения вольтамперной характеристики достаточно вычислить следующий интеграл

$$U(j/p^2) = \frac{B}{A} \int_0^{Apd} y(a) da \quad (4.8)$$

4.3 Объёмный разряд с внешней ионизацией в длинном промежутке

В самостоятельном режиме горения разряда приэлектродные слои и положительный столб, в том числе область отрицательного свечения с фарадеевым тёмным пространством, хорошо дифференцируются друг от

друга. При этом, в протяжённом разрядном промежутке, длина катодного и анодного слоёв пренебрежимо мала по сравнению с длиной столба плазмы, и падение напряжения на нём существенно превосходит приэлектродное. Исходя из того, что положительный столб является квазистационарной областью, описание разрядов как с внешней ионизацией, так и без неё в самостоятельном режиме не вызывает математических затруднений [1].

Действительно, чтобы рассчитать вольтамперную характеристику разряда в длинном промежутке достаточно воспользоваться стационарным решением системы уравнений непрерывности (4.2) и уравнения Пуассона (4.3). Пусть задана напряжённость поля в области положительного столба ε_l . Заряды одноимённые, концентрации зарядов приблизительно равны и не зависят от пространственных координат - $n_+ \approx n_e \equiv n$. Так как правые части уравнений (4.2) обратятся в нуль, то из алгебраического уравнения

$$\alpha v_e n - \beta n^2 + \Psi = 0 \quad (4.9)$$

можно найти однозначную зависимость между стационарной концентрацией n и напряжённостью электрического поля в плазме ε_l

$$n = \frac{\alpha(\varepsilon_l)v_e(\varepsilon_l)}{2\beta} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\beta\Psi}{\alpha(\varepsilon_l)v_e(\varepsilon_l)}} \right) \quad (4.10)$$

Падение напряжения на столбе в условиях однородного распределения поля в промежутке определяется выражением

$$U = \varepsilon_l p d \quad (4.11)$$

Плотность тока j , в свою очередь, записывается исходя из общего выражения (4.1) постоянства полной плотности тока как

$$j = e(\mu_+ + \mu_e)\varepsilon_l \frac{\alpha(\varepsilon_l)v_e(\varepsilon_l)}{2\beta} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\beta\Psi}{\alpha(\varepsilon_l)v_e(\varepsilon_l)}} \right) \quad (4.12)$$

Если рассматриваемый нами газоразрядный промежуток имеет длину несколько десятков $cm \cdot Tor$ и газ в нём находится под высоким давлением, то параметрическую зависимость $U(j/p^2)$, заданную (4.11) - (4.12) можно

использовать для вычисления вольтамперной характеристики всего разряда, пренебрегая при этом вкладами приэлектродных слоёв в полное падение напряжения на промежутке.

В качестве примера рассмотрим промежуточный случай, когда падение напряжения на столбе сравнимо с падением напряжения на приэлектродных слоях (длина промежутка - $pL=25 \text{ см} \cdot \text{Тор}$ при давлении $p=760 \text{ Тор}$). На основании численных расчётов согласно уравнениями (4.5), мы получаем вольтамперную характеристику, изображённую на Рисунке 4.2. Видно, что характеристика разряда состоит из нескольких участков. Возрастающая ветвь графика (*а-б*), находящаяся в области низких плотностей тока представляет собой вольтамперную характеристику несамостоятельного разряда, поддерживаемого внешней ионизацией. Далее идет поднормальная ветвь (*б-в*) тлеющего разряда, имеющая отрицательное дифференциальное сопротивление, благодаря которому разряд на катоде фрагментируется и горит в катодных токовых пятнах, где плотность тока достигает нормальных значений. В отличие от аномального разряда, характеризуемого участком кривой - (*в-г*), поднормальный разряд, как известно, экспериментально не реализуется. Область минимума вольтамперной характеристики соответствует плотности тока и напряжению горения нормального тлеющего разряда в газоразрядной трубке с внешней ионизацией. Заметим, что в общем случае, расчёты по данной обобщённой модели отличаются от результатов вычислений согласно модели прикатодной области, изложенной в Главе 3. Во-первых, это обстоятельство имеет место в силу того, что настоящая модель позволяет учитывать внешнюю ионизацию промежутка, что в свою очередь делает возможным построение полной вольтамперной характеристики промежутка вплоть до областей слабо аномального разряда. Во-вторых, предложенная теория позволяет учитывать реальную физическую длину межэлектродного расстояния и влияние изменения этой величины на режимы горения разряда.

Как уже отмечалось ранее, в длинных промежутках основной вклад в падение потенциала в самостоятельном режиме даёт столб квазинейтральной плазмы. Действительно, если воспользоваться формулами (4.11) – (4.12), то для нормальной плотности тока $j/p^2 = 50 \text{ мкА}/(\text{см}^2 \cdot \text{Тор}^2)$, соответствующей минимуму изображённой на Рис. 4.2 кривой, падение напряжения на положительном столбе составит около 800 В . Остальное напряжение падает на приэлектродных областях, точнее говоря, в основном на прикатодном слое, и составляет порядка 300 В . Это значение согласуется с

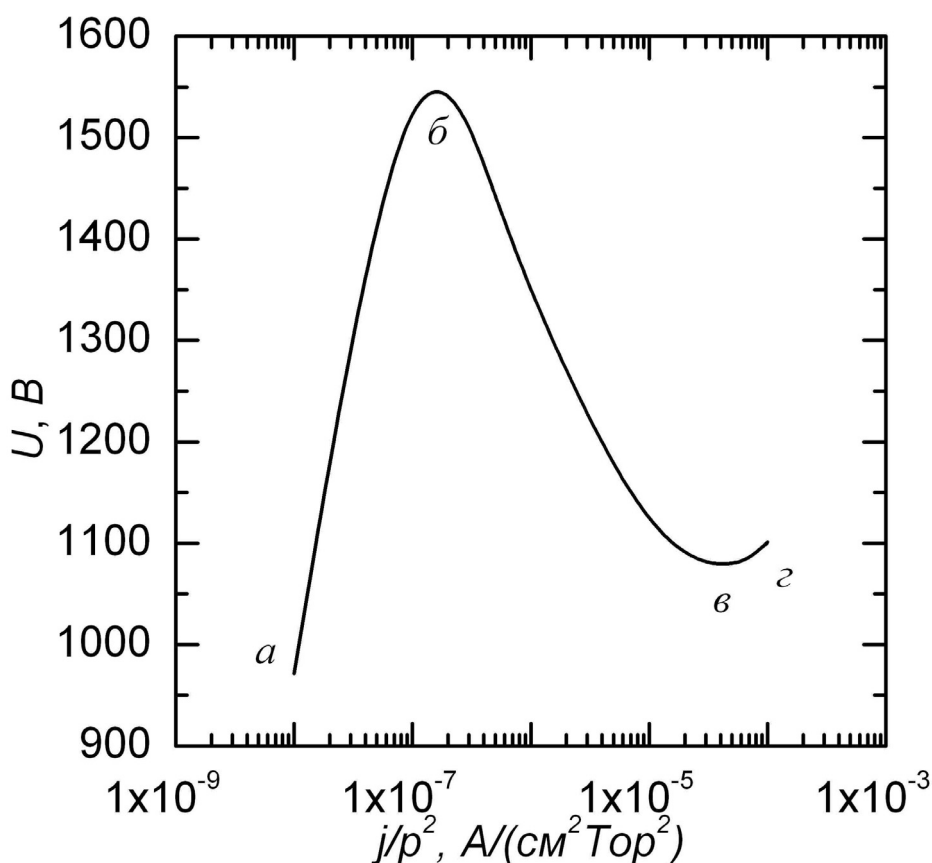


Рисунок 4.2. Вольтамперная характеристика протяжённого газового промежутка длиной $pL = 25 \text{ см} \cdot \text{Тор}$ в азоте. Другие параметры: $\Psi = 10^{18} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, $p = 760 \text{ Тор}$.

экспериментальными данным [41] и расчётам, приведённым в Главе 3. В длинных промежутках происходит также снижение нормальных плотностей тока, что также объясняется наличием протяжённой области, заполненной квазинейтральной плазмой. Значение максимума характеристики на рисунке

4.2 соответствует напряжению пробоя для промежутка указанной длины в азоте, после которого несамостоятельный разряд переходит в нормальный тлеющий разряд.

На Рисунке 4.3 приведены распределения напряжённости электрического поля и концентраций заряженных частиц в случае длинного промежутка при нормальных плотностях тока. Здесь наглядно показано, что катодный и анодный слои (с переходными областями) занимают весьма незначительную часть межэлектродного пространства, а большая часть промежутка занята квазинейтральной плазмой. Напряжённость поля в плазме удобно определяется формулой (4.9) и составляет около $35-40 \text{ В}/(\text{см}\cdot\text{Тор})$ при стационарной концентрации порядка $1,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (Рис. 4.3), что незначительно отличается от концентрации в столбе без учёта ионизации (Глава 3). Качественная картина распределения концентраций и напряжённости поля в прикатодной области совпадает с результатами построения в Главе 3.

Очевидно, что с достаточной точностью нормальный и аномальный разряды с внешней ионизацией хорошо описываются как предложенной теорией [92, 93], так и упрощённым описанием с помощью формул (4.11) – (4.12). Но, в отличие от последнего, настоящая модель позволяет «продолжить» вольтамперную характеристику в область несамостоятельного и тёмного таунсендовского разряда в длинных промежутках, без каких-либо упрощений и «подгоночных» параметров. Задавая полную плотность тока j/p^2 и скорость внешней ионизации Ψ , мы определяем напряжённость электрического поля на катоде \mathcal{E}_c и в плазме \mathcal{E}_l .

Для самостоятельного разряда (в том числе и поднормального) характерные размеры катодного слоя фиксированы законом Пашена и слабо

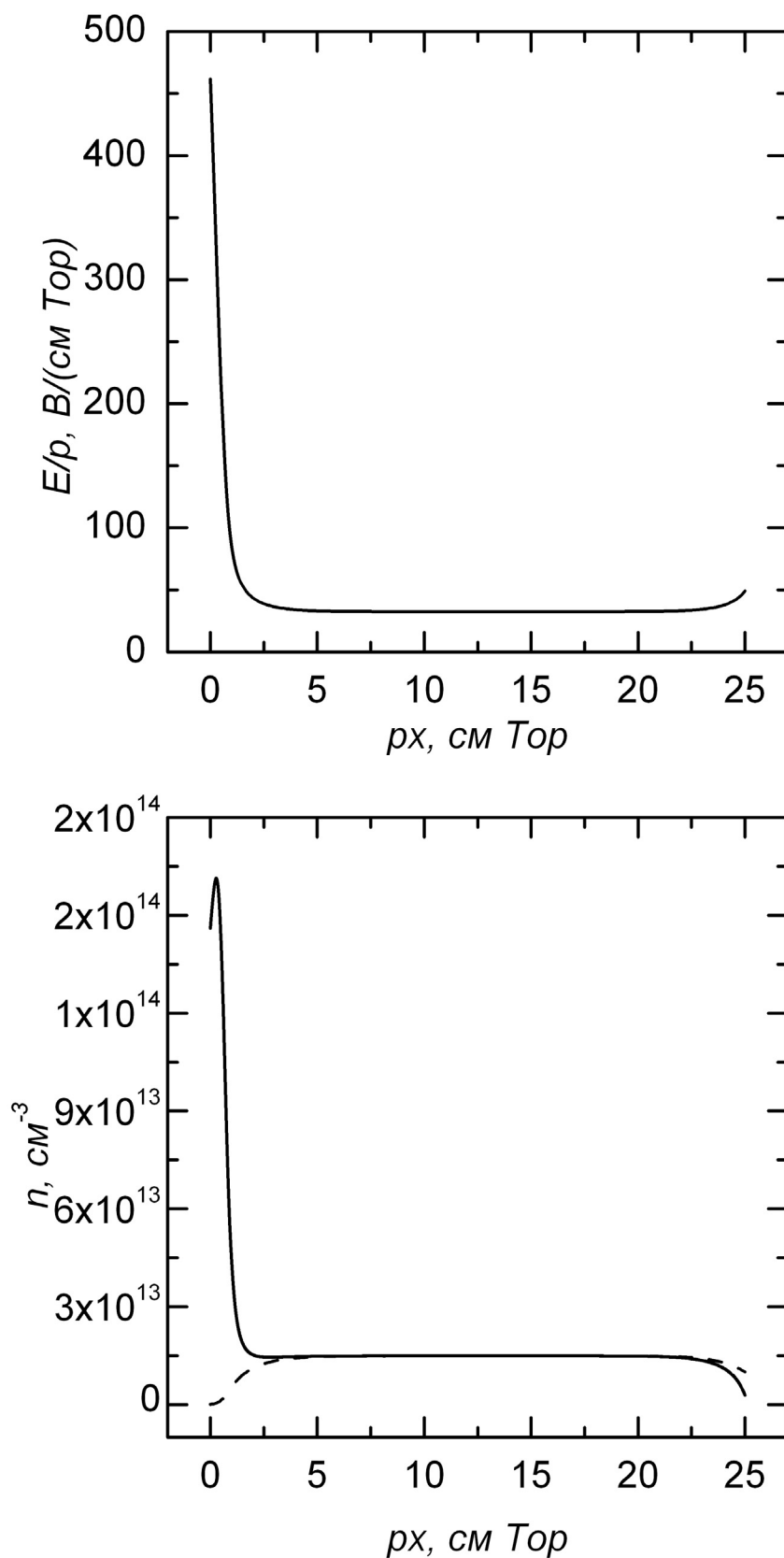


Рисунок 4.3. Распределение напряжённости электрического поля (слева) и концентраций заряженных частиц в длинном промежутке (азот) в самостоятельном режиме горения $j/p^2 = 50 \text{ мкА}/(\text{см}^2 \cdot \text{Тор}^2)$. Параметры - $pL = 25 \text{ см} \cdot \text{Тор}$, $\Psi = 10^{18} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$, $p = 760 \text{ Тор}$

коррелируют с изменением плотности тока, поэтому для вычисления вольтамперной характеристики необходим ещё только один параметр – физическая длина промежутка pL .

Данное обстоятельство позволяет рассматривать самостоятельный разряд с внешней ионизацией только в коротких промежутках, как наиболее общий случай протекания тока в самостоятельном режиме.

4.4 Объёмный разряд с внешней ионизацией в коротком промежутке

Основным предназначением данной теоретической модели [92, 93] является описание газового разряда в коротких промежутках, где падение напряжения на положительном столбе незначительно или сравнимо по величине с катодным и анодным. В этом случае, распределение параметров разряда, таких как напряжённость электрического поля, плотности токов и концентраций по координате на протяжении всего газоразрядного промежутка существенно неоднородны, что делает использование упрощённого описания неприемлемым. В Главе 3 замечено, что существенный вклад в полную плотность тока тлеющего разряда даёт плотность тока, сгенерированная в объёме промежуточной области, где напряжённость поля медленно спадает по экспоненциальному закону до значения, соответствующего полю в столбе - ε_1 . Данная область присутствует всегда, за исключением, пожалуй, случая так называемого затруднённого разряда, где даже слой объёмного разряда не формируется в полном объёме для поддержания проводимости ионизованного газа.

На Рисунке 4.4 приведены вольтамперные характеристики разряда с внешней ионизации в коротких промежутках различной длины. Там же, для сравнения, построены вольтамперные характеристики разрядов без внешнего ионизатора. Совершенно очевидно, что в области самостоятельного разряда

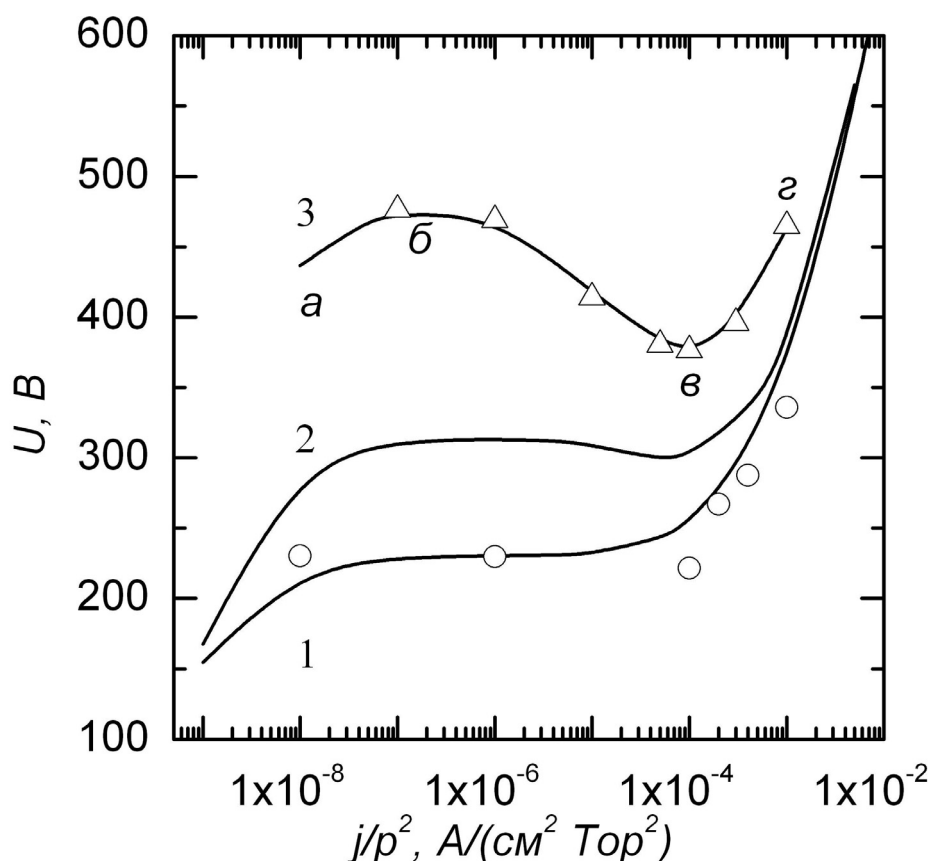


Рисунок 4.4. Вольтамперная характеристика газовых промежутков с длинами: 1 - $pL=1$ см·Тор, 2 - $pL=2$ см·Тор и 3 - $pL=4$ см·Тор при значении объёмной скорости внешней ионизации - $\Psi=10^{18}$ см⁻³·с⁻¹ и давлении $p=760$ Тор. Кружками и треугольниками отмечены точки вольтамперной характеристики самостоятельного разряда ($\Psi=0$) для $pL=1$ см·Тор и $pL=4$ см·Тор соответственно.

минимумы характеристик накладываются. Физически это объясняется тем, что в самостоятельном режиме горения (поднормальном, нормальном и аномальном) вклад внешней ионизации по сравнению с вкладом ударной ионизации ничтожен.

Подобная картина наблюдается и в области б, где реализуется так называемый тёмный таунсендовский разряд, который также является самостоятельным, хотя на этом этапе чётко оформленных приэлектродных слоёв ещё нет, а катодный слой занимает весь промежуток. Точное наложение вольтамперных характеристик в области самостоятельного

разряда свидетельствует, что законы подобия в этой области плотностей токов выполняются независимо от наличия внешнего источника ионизации.

Как видно из Рисунка 4.4, в случае коротких промежутков вид характеристики качественно не изменяется. В наиболее общем случае (график №3 рисунка 4.4) вольтамперная характеристика имеет те же участки, что и для случая (раздел 4.3) длинного промежутка, однако в некоторых случаях реализуется режим горения (график №1 рисунки 4.4), при котором рост полной плотности тока в промежутке характеризуется монотонным увеличением напряжения. Этот режим протекания тока имеет место в коротких промежутках при высоких скоростях внешней ионизации газа [1, 41], в том числе сюда следует отнести случай затруднённого разряда. Фактически, переход к затруднённому разряду при постепенном сближении электродов приводит к непрерывному росту напряжения горения при повышении плотности тока.

Тлеющий разряд с внешним механизмом ионизационного размножения в коротких промежутках имеет строение аналогичное рассмотренному в предыдущем разделе. Отличие заключается лишь в том, что длина квазинейтральной области в коротком разрядном промежутке существенно меньше. Характеристики катодного слоя при одинаковой заданной полной плотности тока постоянны для любой выбранной длины промежутка. В качестве примера на Рисунке 4.5 представлены распределения напряжённости электрического поля и концентраций заряженных частиц в коротком промежутке.

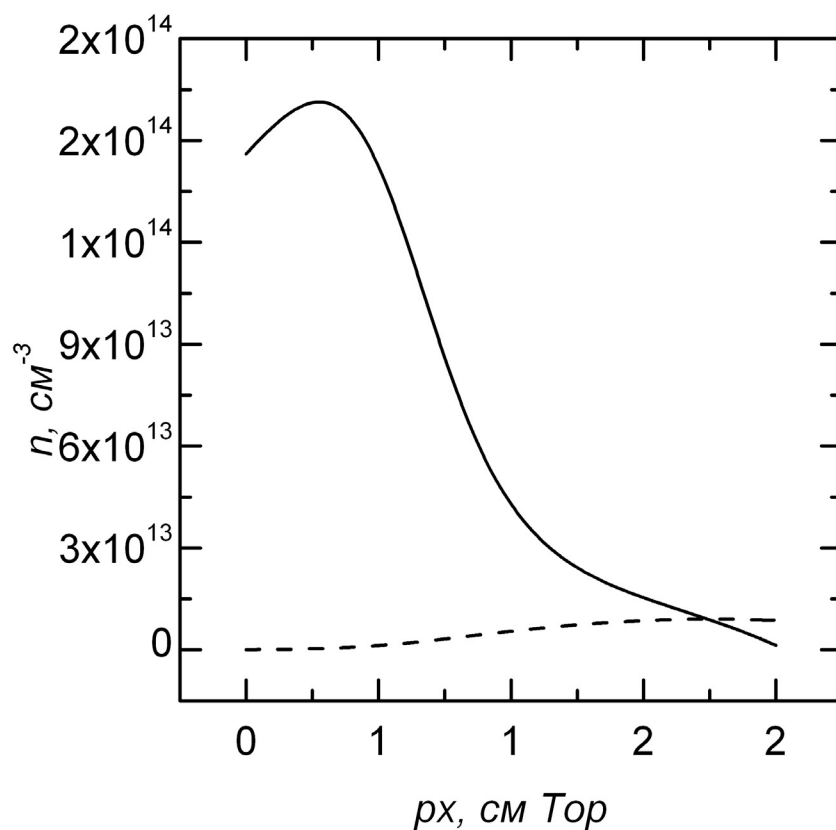
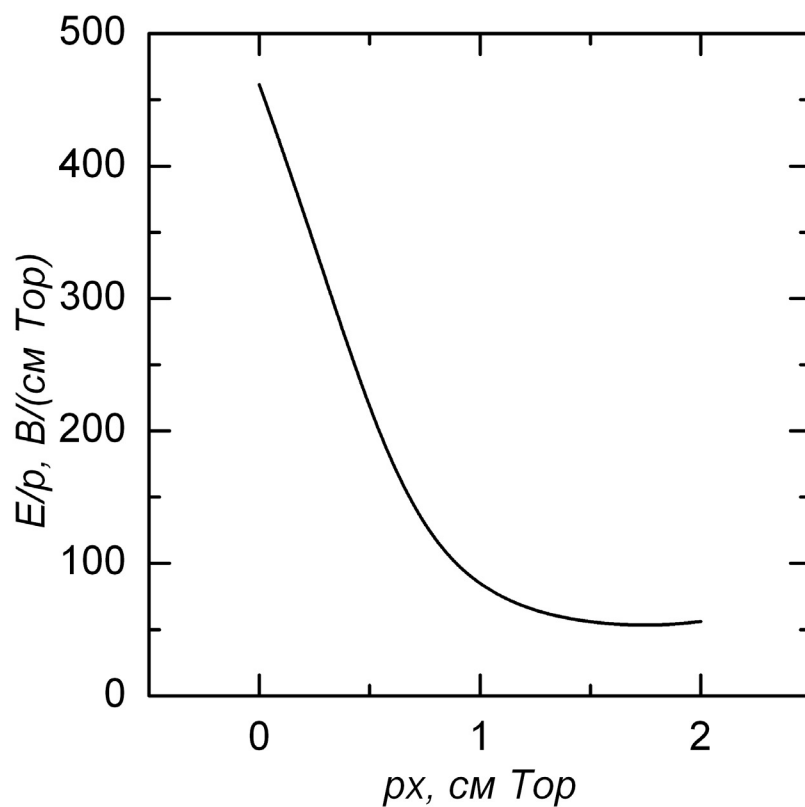


Рисунок 4.5. Распределение напряжённости электрического поля (верхний рисунок) и концентраций заряженных частиц (нижний рисунок) в коротком газоразрядном промежутке (азот) в самостоятельном режиме горения $j/p^2 = 50 \text{ мкА}/(\text{см}^2 \cdot \text{Тор}^2)$. Параметры - $pL = 2 \text{ см} \cdot \text{Тор}$, $\Psi = 10^{18} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, $p = 760 \text{ Тор}$

Ранее, в Главе 3, указывалось на наличие переходной области между слоем объёмного заряда и квазинейтральной областью. Формально, переходный слой (или предслой) необходим для плавного перехода от ε_c к ε_l в рамках промежутка конечной длины. Фактический вклад, вносимый переходной областью в суммарное падение потенциала, весьма существенен и составляет до 20% от полной величины.

Сравнивая структуры прикатодных областей тлеющего разряда с внешней ионизацией в промежутках различной длины при одинаковой плотности тока и прочих параметрах, можно прийти к выводу, что слой объёмного заряда имеет одинаковые физические параметры – длину и напряжённость электрического поля на катоде. Это позволяет нам классифицировать самостоятельные газовые разряды не только в соответствии с законами подобия, но и по плотностям тока. Так, например, нет необходимости строить вольтамперные характеристики для тлеющих разрядов в промежутках различной длины. Достаточно знать характеристику для случая короткого межэлектродного расстояния – остальные можно достроить, добавляя $\varepsilon_l r d$ ко всем значениям самостоятельной ветви.

Среди основных достоинств данной модели следует отметить наличие возможности «продолжать» вольтамперную характеристику самостоятельного разряда с внешним источником ионизации в область низких, поднормальных плотностей токов, которые соответствуют несамостоятельному режиму горения разряда. Явление протекания несамостоятельных токов в газе считается наиболее хорошо изученной формой разряда [1, 98, 99]. С точки зрения теории это действительно так, если говорить об исследовании конкретного узкого диапазона плотностей токов, в рамках которого не происходит переход к тлеющему разряду. В таком случае, действительно, можно смоделировать соответствующие физические условия, пользуясь приближением о том, что электрическое поле

в промежутке слабо искажается присутствием объёмного заряда ионов и электронов. В отличие от известных моделей несамостоятельного разряда с ионизационным размножением, предложенная здесь модель позволяет строить непрерывную вольтамперную характеристику для разрядного промежутка, начиная с очень малых значений плотностей тока, при которых происходит искажение поля в промежутке объёмным зарядом, вплоть до областей слабо аномального разряда (Рисунок 4.4). Достоинство такого обобщённого подхода заключается в возможности точно определять приведённую плотность тока и напряжение, соответствующее переходу от несамостоятельной формы горения разряда к самостоятельной в промежутке произвольной длины.

Строение промежутка несамостоятельного разряда представлено на Рисунке 4.6. Очевидно, что при малых плотностях тока однородное электрическое поле лишь незначительно искажается создаваемым в промежутке объёмным зарядом, что соответствует приближениям элементарных моделей [1]. Аналогичное наблюдение справедливо и для динамики изменения концентрации, её минимум незначительно превышает стационарное значение $n \sim n_0 = \sqrt{\Psi / \beta}$, ввиду низкой интенсивности объёмных ударно-ионизационных процессов.

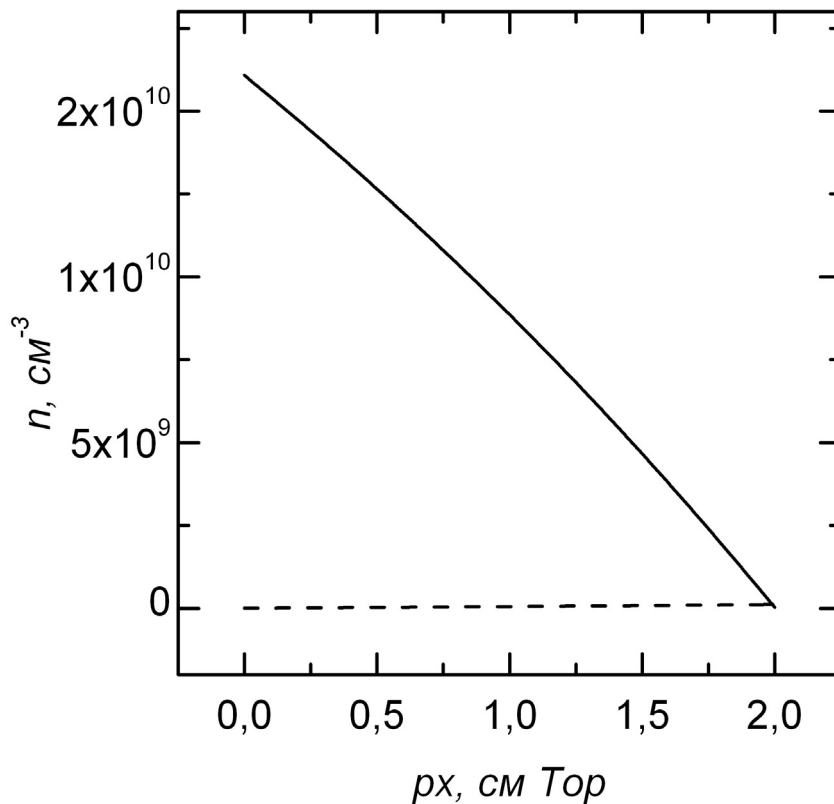
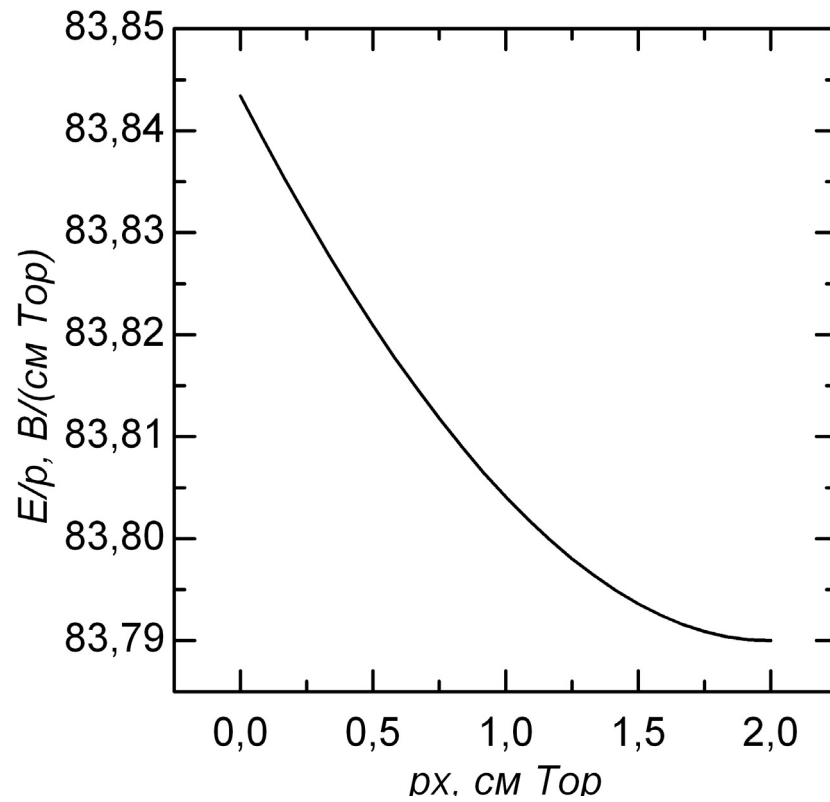


Рисунок 4.6. Распределение напряжённости электрического поля (верхний рисунок) и концентраций заряженных частиц (нижний рисунок) в коротком газоразрядном промежутке (азот) в несамостоятельном режиме горения $j/p^2=50 \text{ мкА}/(\text{см}^2 \cdot \text{Torr}^2)$. Параметры - $pL=2 \text{ см} \cdot \text{Torr}$, $\Psi=10^{18} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$, $p=760 \text{ Torr}$

4.5 Выводы к Главе 4

На основании расчётов, проведённых в рамках выше изложенной модели [92-94], можно прийти к следующим выводам:

- Сформулирована замкнутая непротиворечивая модель объёмного разряда высокого давления с трёхчастичной рекомбинацией. Основным существенным приближением указанной теоретической модели является использование предположения о том, что скорости зарядов определяются только локальным значением электрического поля. Аналогичное приближение использовалось в модели прикатодной области, изложенной в предыдущей главе [66, 67].
- Предложенная теория является логически последовательным обобщением модели [66, 67] для несамостоятельного режима горения объёмного разряда, что впервые позволило продолжить вольтамперную характеристику самостоятельного разряда высокого давления с внешней ионизацией в область поднормальных плотностей токов. Это, в частности позволяет определять точное значение плотности тока и напряжения, при котором наступает переход к самостоятельному разряду.
- Полученное в работе согласие с экспериментом [1, 41] позволяет утверждать допустимость использования приближений дрейфового движения частиц для широкого диапазона плотностей токов. Несмотря на отсутствие точного аналитического решения, модель позволяет упростить классификацию самостоятельного разряда в промежутках произвольной длины.

ГЛАВА 5. ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ СЕПАРАЦИЯ СУБМИЛЛИМЕТРОВЫХ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ ЧАСТИЦ

5.1 Постановка задачи

Одной из наиболее актуальных проблем современной цветной металлургии является задача о сепарации (отделении) металлических частиц цветных металлов (золота, платины, палладии и прочих) от побочных продуктов их добычи. Достаточно давно существуют и хорошо освоены методы химической и механической очистки первичной руды. Они, однако, позволяют отделять частицы металлов только достаточно крупных или очень мелких размеров от инородных соединений с высокой производительностью. Так при золотодобыче проще всего отделить механически самородки (крупные объекты). Для более мелких объектов освоен магнитомеханический метод селекции проводящих частиц [9]. Он базируется на явлении ускорения частиц за счёт градиента магнитного давления и позволяет эффективно отбирать металлические частицы размером от нескольких миллиметров. Химическая технология позволяет селекционировать только мельчайшие частицы с помощью воздействия на них синильной кислотой HCN (цианирование). Такой метод оказывается неприменим уже к частицам с характерными размерами $0,01$ мм. В настоящее время, в связи с постепенным истощением запасов драгоценных металлов, возникает проблема сепарации мелких частиц, имеющих субмиллиметровые размеры, для которых процедура отбора не разработана. Толщина скин-слоя у таких объектов уже сравнима с линейными размерами частицы, поэтому магнитомеханический метод не позволяет сообщить частицам импульс, достаточный для продуктивной сепарации. Фактически, возникает необходимость разработать и освоить некую методику увеличения концентрации металла, находящегося в виде мельчайших частиц (десятые и сотые доли миллиметра) в первично очищенной породе. Решение данной проблемы актуально также для

прикладных задач криминалистики и других областей практического применения.

Из классической электродинамики известно, что под действием силы Лоренца заряженная частица в выбранной конфигурации электромагнитного поля при заданных начальных условиях совершает движение [10, 11]. С практической точки зрения, проще всего создать установку для приведения в движение заряженных частиц, так как для этого достаточно постоянного магнитного или электрического поля. Гораздо сложнее привести в движение незаряженные проводящие частицы, каковыми являются частицы металла. Тем не менее, это возможно, если создать в пространстве неоднородное нестационарное электромагнитное поле. Если правильно выбрать его конфигурацию, то в проводнике, находящемся в этом поле возникнут индуцированные токи Фуко, которые будут взаимодействовать с полем, вызвавшим их. Силой взаимодействия вихревых токов с полем будет сила Ампера, также зависящая от времени. Крайне важно, чтобы работа нестационарной результирующей силы была бы отлична от нуля. Только тогда частицы металла приобретут достаточную конечную скорость для отделения от непроводящих компонентов.

Одним из простейших способов задать нестационарное и резко неоднородное электромагнитное поле в ограниченной области пространства – это использование электромагнитов, выполненных в виде магнитных катушек, через которые пропускается переменный ток. Нестационарное магнитное поле катушки, согласно уравнениям Максвелла, индуцирует вихревое электрическое, которое в свою очередь порождает токи Фуко в металле. В настоящее время существуют импульсные источники тока, позволяющие получать кратковременные (с периодом около *100* микросекунд) синусоидальные импульсы тока, амплитудой в несколько килоампер при минимальном уровне резистивных потерь энергии. Ниже

будет показано, что этого достаточно для задания необходимого для ускорения частицы магнитного поля.

В данной главе ставится вопрос о возможности создания установки, позволяющей эффективно сепарировать субмиллиметровые проводящие частицы путём воздействия на них нестационарным и неоднородным магнитным полем. Также здесь проводится теоретическая оценка эффективности рассматриваемых установок исходя из имеющихся на сегодняшний день возможностей электрофизической техники.

5.2 Сила, действующая на ограниченное распределение тока в слабо неоднородном магнитном поле

На заряженную частицу, помещённую в электромагнитное поле, действует сила Лоренца, являющаяся следствием преобразований Лоренца.

$$\vec{F}_L = e \vec{E} + e \vec{v} \times \vec{B} \quad (5.1)$$

где \vec{E} и \vec{B} – электрическая и магнитная напряжённости поля, \vec{v} – скорость частицы. Если пренебречь электрическим полем, то данное выражение можно обобщить для случая взаимодействия тока с магнитным полем. Для этого воспользуемся тем фактом, что плотность тока выражается соотношением

$$\vec{j} = \vec{v} \rho \quad (5.2)$$

где ρ - объёмная плотность зарядов. Домножим (5.1) на ρ и проинтегрируем по трёхмерному объёму. В результате получается сила, называемая силой Ампера, которая является прямым следствием силы Лоренца.

$$\vec{F} = - \int \vec{B}(\vec{r}) \times \vec{j}(\vec{r}) d^3x \quad (5.3)$$

Выражение (5.3) описывает силу, действующую на произвольный ток в произвольном магнитном поле. Одним из важных следствий силы Ампера является сила, действующая на ограниченный в пространстве ток,

находящийся в слабо неоднородном магнитном поле. Чтобы упростить (5.3) в этом случае, разложим в ряд Тейлора поле $\vec{B}(\mathbf{r})$ в окрестности некоторой точки, которую для определенности выберем в начале координат $\mathbf{r}=0$.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}(0) + (\vec{r} \vec{\nabla}) \vec{B}(0) + \dots = \vec{B}(0) + x_\alpha \frac{\partial \vec{B}(0)}{\partial x_\alpha} + \dots \quad (5.4)$$

где по индексам, записанным греческими буквами, осуществляется суммирование. Ограничимся только двумя членами разложения и подставим (5.4) в выражение для силы (5.3)

$$\vec{F} = -\vec{B}(0) \times \int \vec{j}(\vec{r}) d^3x - \frac{\partial \vec{B}(0)}{\partial x_\alpha} \times \int x_\alpha \vec{j}(\vec{r}) d^3x + \dots \quad (5.5)$$

Первое слагаемое в (5.5) обратится в ноль, вследствие того, что ток заключён в ограниченном объёме и суммарная плотность зарядов постоянна во всех точках пространства, то есть $\text{div } \mathbf{j} = 0$. Так как ток ограничен, то поверхностный интеграл от тока, помноженный на произвольную весовую функцию $g(\mathbf{r})$ будет равен нулю, тогда переходя к интегрированию по объёму, получим

$$0 = \int d\vec{S} g(\vec{r}) \vec{j}(\vec{r}) = \int \vec{\nabla} \left(g(\vec{r}) \vec{j}(\vec{r}) \right) dV = \int \left(\vec{\nabla} g(\vec{r}) \right) \vec{j}(\vec{r}) dV \quad (5.6)$$

если в (5.6) в качестве весовой функции взять $g(\mathbf{r})=x_\alpha$, то получим

$$\int j_\alpha(\vec{r}) dV = 0 \quad (5.7)$$

Итак, для силы имеем выражение

$$\vec{F} \approx -\frac{\partial \vec{B}(0)}{\partial x_\alpha} \times \int x_\alpha \vec{j}(\vec{r}) d^3x \quad (5.8)$$

в котором отдельно рассмотрим второй сомножитель. Его можно выразить через магнитный момент $\vec{\mu}$ следующим образом

$$\int x_\alpha \vec{j}(\vec{r}) d^3x = \int x_\alpha j_\beta(\vec{r}) \vec{e}_\beta d^3x = \vec{e}_\beta \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \mu_\gamma \quad (5.9)$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ - символ Леви-Чевита. Выражение (5.9) получается, если в качестве весовой функции взять $g(\mathbf{r})=x_\alpha x_\beta$, тогда

$$\int \left(x_\alpha j_\beta(\vec{r}) + x_\beta j_\alpha(\vec{r}) \right) dV = 0 \quad (5.10)$$

и получаем

$$\begin{aligned} \int x_\alpha j_\beta(\vec{r}) \vec{e}_\beta dV &= \\ \frac{1}{2} \int \left[x_\alpha j_\beta(\vec{r}) + x_\beta j_\alpha(\vec{r}) \right] \vec{e}_\beta dV + \frac{1}{2} \int \left[x_\alpha j_\beta(\vec{r}) - x_\beta j_\alpha(\vec{r}) \right] \vec{e}_\beta dV &= \\ \frac{1}{2} \int \left[x_\alpha j_\beta(\vec{r}) - x_\beta j_\alpha(\vec{r}) \right] \vec{e}_\beta dV &= \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \mu_\gamma \end{aligned} \quad (5.11)$$

Теперь, путём элементарных вычислений, в (5.9) получим

$$\vec{e}_\beta \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \mu_\gamma = \vec{e}_\gamma \times \vec{e}_\alpha \mu_\gamma = \vec{\mu} \times \vec{e}_\alpha \quad (5.12)$$

Раскроем двойное векторное произведение в (5.8)

$$\vec{F} \approx -\frac{\partial \vec{B}(0)}{\partial x_\alpha} \times \left(\vec{\mu} \times \vec{e}_\alpha \right) = \left(\vec{\mu} \frac{\partial \vec{B}(0)}{\partial x_\alpha} \right) \vec{e}_\alpha - \text{div} \vec{B}(0) \vec{\mu} \quad (5.13)$$

где последнее слагаемое равно нулю согласно уравнению Максвелла $\text{div} \mathbf{B} = 0$. Так как ротор внешнего поля равен нулю, то

$$\begin{aligned} 0 = \text{rot} \vec{B} &= (\vec{e}_\alpha \times \vec{e}_\gamma) \partial_\alpha B_\gamma = \frac{1}{2} (\vec{e}_\alpha \times \vec{e}_\gamma) \partial_\alpha B_\gamma - \frac{1}{2} (\vec{e}_\alpha \times \vec{e}_\gamma) \partial_\gamma B_\alpha \\ \Rightarrow \partial_\alpha B_\gamma &= \partial_\gamma B_\alpha \end{aligned} \quad (5.14)$$

Из (5.13) и (5.14) следует, что

$$\vec{F} = \left(\vec{\mu} \frac{\partial \vec{B}(0)}{\partial x_\alpha} \right) \vec{e}_\alpha = \mu_\gamma \partial_\alpha B_\gamma \vec{e}_\alpha = \mu_\gamma \partial_\gamma B_\alpha \vec{e}_\alpha = \left(\vec{\mu} \vec{\nabla} \right) \vec{B}(0) \quad (5.15)$$

Полученная формула свидетельствует о том, что объекты, характеризующиеся магнитным моментом μ , выталкиваются из области пространства с более высокой плотностью магнитного потока. На этом эффекте основано действие так называемых «магнитных зеркал». В рамках

данной главы формула (5.15) будет использована для записи уравнения движения незаряженной цилиндрической частицы в нестационарном и неоднородном магнитном поле.

5.3 Магнитный момент электропроводящей частицы

Для того, что создать токи Фуко в металлической частице необходимо сформировать в ней вихревое электрическое поле. Согласно уравнению Максвелла

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (5.16)$$

нестационарные магнитные поля порождают вихревые электрические.

Согласно закону Ома, электрическое поле в проводнике ассоциировано с плотностью тока, которая и характеризует токи Фуко в частице

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (5.17)$$

где σ - электрическая проводимость материала частицы.

Перейдем в уравнении (5.16) к интегральному представлению и выберем геометрию частицы в виде цилиндра высоты h и радиуса R для того, чтобы было удобнее выразить электрическое поле, тогда получим, что

$$E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} \quad (5.18)$$

В выбранной геометрии (Рисунок 5.1), вихревое поле E и ток Фуко соответственно направлены спирально по поверхности цилиндра радиуса r .

Размер частицы достаточно мал, для того, чтобы считать изменения магнитного поля внутри её объёма существенным. Будем полагать, что мы рассматриваем частицу в поле B , создаваемом магнитной катушкой, на её оси. Таким образом, разумно упростить задачу, полагая, что $B = B(x, t)$, где x – расстояние от центра симметрии катушки до частицы.

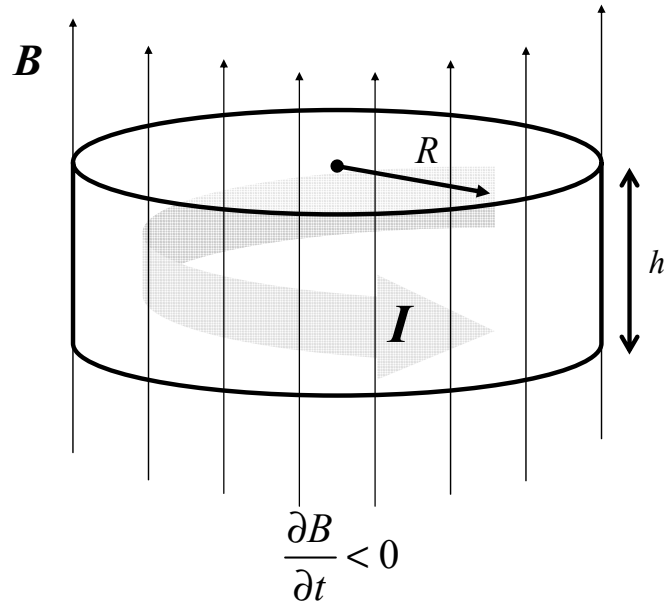


Рисунок 5.1. Схематическое изображение индукционного тока Фуко I , возникающего в цилиндрической частице высоты h и радиуса R под действием нестационарного и неоднородного магнитного поля B

В данной главе мы будем исследовать отклонение частицы под действием нестационарного магнитного поля только на оси катушки, где оно максимально. Будем также считать, что можно применить формулу для силы Ампера в виде (5.15) из-за того, что индуцированные токи, порождаемые внешним полем локализованы и ограничены малым объёмом частицы. Таким образом, выражение для силы (5.15) запишется в более простой форме

$$F = \mu_x \frac{\partial B(x, t)}{\partial x} \quad (5.19)$$

Для нахождения горизонтальной компоненты магнитного момента воспользуемся формулой (5.11), тогда

$$\mu_x = \int S dJ = \int_0^R \pi r^2 j h dr = -\frac{\sigma V R^2}{8} \frac{dB(x, t)}{dt} \quad (5.20)$$

где h – высота цилиндра, $V = \pi R^2 h$ – объём частицы. Итак, на оси магнитной катушки на частицу действует сила, которая выражается через магнитное поле $B(x, t)$ следующим образом

$$F = -\frac{\sigma V R^2}{8} \frac{\partial B(x, t)}{\partial x} \left(\frac{\partial B(x, t)}{\partial t} + x'(t) \frac{\partial B(x, t)}{\partial x} \right) \quad (5.21)$$

Данное выражение содержит в явном виде скорость частицы $x'(t)$, то есть сила F определяется мгновенной скоростью частицы, которая приобретена в процессе движения. Для облегчения численных расчётов мы будем использовать в нашей задаче упрощённое выражение для силы (5.21), действующей на неподвижную частицу

$$F \approx -\frac{\sigma VR^2}{8} \frac{\partial B(x,t)}{\partial x} \frac{\partial B(x,t)}{\partial t} \quad (5.22)$$

что оправдано экспериментальными предпочтениями данной задачи ввиду того, что период изменения тока слишком мал для того, чтобы частица значительно сдвинулась за это время. Далее будет проведено детальное количественное сравнение выражений (5.21) и (5.22).

Имея в распоряжении приближённое выражение для силы, действующей на проводящую частицу (5.22), находящуюся на оси магнитной катушки, создающей поле $B(x,t)$, можно записать уравнение движения в следующей форме

$$mx''(t) = F \quad (5.23)$$

В качестве начальных условий можно положить, что в момент времени $t = 0$ координата и скорость частицы определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} x(t=0) &= x_0, \\ x'(t=0) &= v_0 \end{aligned} \quad (5.24)$$

где x_0 - начальная координата и v_0 - начальная горизонтальная скорость, возникающие, например, вследствие случайного смещения частицы в неоднородном поле катушки.

5.4 Воздействие на проводящую частицу с помощью одной магнитной катушки

Для того чтобы создать в пространстве сильное неоднородное и нестационарное магнитное поле, пронизывающее частицу, которое

индуцирует в ней токи Фуко, будем использовать электромагнит, представляющий собой магнитную катушку, состоящую из concentрических витков, намотанных проводящей шиной (Рисунок 5.2) [100, 101]. Пусть катушка намотана так, что её внешний радиус равен R_2 , а внутренний - соответственно R_1 . Так как нас интересует величина поля снаружи, на расстоянии x_0 от центра катушки, то будем считать ширину шины H несущественной величиной, а катушку, следовательно, плоской.

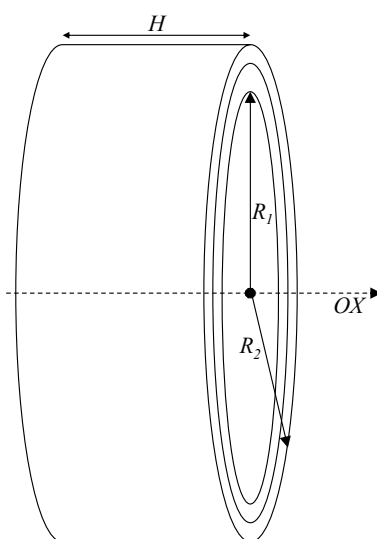


Рисунок 5.2. Схематическое изображение магнитной катушки, состоящей из concentрических витков. Размеры катушки: H – ширина шины, R_1 – внутренний радиус, R_2 – внешний радиус.

Пусть через катушку пропущен ток I . Чтобы определить поле, создаваемое ею на собственной оси симметрии OX , рассмотрим сначала более простую конфигурацию – круговой виток радиуса R с током I . Исходя из формулы Био-Савара-Лапласа, его магнитное поле определяется формулой [102, 103]

$$B(x, t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.25)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $I(t)$ – функция переменного тока, задаваемого произвольно. Вообще, для переменных токов использовать закон Био-

Савара-Лапласа недопустимо, ввиду того, что нестационарные магнитные поля всегда будут порождать вихревые электрические, которые, в свою очередь, создают собственные индукционные магнитные поля, влияющие на первоначальные. Однако в реальности, для токов средних частот (менее нескольких мегагерц) влиянием индуцируемых электрических полей можно пренебречь ввиду малых размеров частицы.

Для поля кругового витка (5.25) максимальное значение находится в плоскости витка

$$B_{\max} = \frac{\mu_0 I(t)}{2R} \quad (5.26)$$

а максимальный градиент (проекция на ось витка) отстоит от центра на расстоянии $x=R/2$.

Элементарную формулу (5.25) теперь легко обобщить на случай плоской катушки, изображённой на Рисунке 5.2. Считая, что она состоит из некоторого количества круговых витков, очевидно, что сила тока в каждом из них определяется формулой

$$dJ = \frac{INdr}{R_2 - R_1} \quad (5.27)$$

где N – количество витков. Интегрируя (5.25) по радиусу с учётом (5.27), получаем окончательное выражение для магнитного поля катушки на её оси

$$B(\chi, t) = \frac{\mu_0 I(t) N}{2(R_2 - R_1)} \left[\ln \left(\frac{\Pi + \sqrt{\Pi^2 + \chi^2}}{1 + \sqrt{1 + \chi^2}} \right) + \frac{1}{\sqrt{1 + \chi^2}} - \frac{\Pi}{\sqrt{\Pi^2 + \chi^2}} \right] \quad (5.28)$$

В этой формуле введен безразмерный параметр катушки $\Pi = R_2/R_1 > 1$ и $\chi = x/R_1$.

В дальнейшем будет удобно работать с формулой (5.28), представленной в виде

$$B = B_0 J(\tau) \tilde{B}(\chi) = \frac{\mu_0 I_0 N}{2(R_2 - R_1)} J(\tau) \tilde{B}(\chi) \quad (5.29)$$

где выделен размерный множитель B_0 и безразмерная функция тока $J(\tau)$, $\tau = \omega t$ - безразмерный параметр, характеризующий время, I_0 – размерная амплитуда тока.

Теперь, когда мы знаем напряжённость магнитного поля на оси симметрии катушки, запишем уравнение движения частицы (5.23), на которую действует сила (5.22) для конфигурации поля (5.29)

$$\chi'' + QJ(\tau)\tilde{B}(\chi)\frac{\partial \tilde{B}(\chi)}{\partial \chi}\frac{\partial J(\tau)}{\partial \tau} = 0, \quad (5.30)$$

$$Q = \frac{\sigma B_0^2 R^2}{8\rho R_1^2 \omega} \equiv \frac{\sigma \mu_0^2 R^2 J^2 N^2}{32\rho R_1^2 \omega (R_1^2 - R_2^2)} > 0$$

где R – радиус поперечного сечения частицы, ρ - плотность материала частицы.

Для практических целей основным результатом решения уравнения движения должна стать функция скорости частицы от времени $\chi'(\tau)$. Наиболее информативным является её значение в конце импульса или импульсов тока. Это объясняется тем, что разделить частицы по скоростям можно только после окончания воздействия на неё кратковременного импульсного поля. Так как токи, подводимые к электромагниту, могут достигать пяти и более килоампер, то увеличение длительности импульса приведёт к существенным резистивным потерям энергии на обмотках катушек и подводящих проводниках. Фактически, в эксперименте, используются периодические импульсные токи, с периодом не более 200 мкс. Таким образом, произвести процедуру сепарации частиц во время воздействия на них поля не представляется возможным. После окончания импульса частица движется в среде практически равномерно со скоростью, приблизительно равной конечному значению. Далее также будет показано, что данный масштаб времени для импульса тока настолько мал, что частица не успевает сместиться на значительное расстояние от начальной точки. С

одной стороны это позволяет нам использовать только упрощённое выражение силы (5.22) для проведения численного анализа уравнения движения (5.30), а с другой стороны – представляется возможным получить приближённое решение задачи.

Действительно, если частица малоподвижна, то в выражении (5.22) вместо частных производных от поля по времени и координате можно использовать их локальные значения в точке $x=x_0$

$$F \approx -\frac{\sigma VR^2}{8} \frac{\partial B(x_0, t)}{\partial x} \frac{\partial B(x_0, t)}{\partial t} \quad (5.31)$$

тогда уравнение движения (5.30) примет простой вид

$$\chi'' + Q \tilde{B}(\chi_0) \frac{\partial \tilde{B}(\chi_0)}{\partial \chi} J(\tau) \frac{\partial J(\tau)}{\partial \tau} \equiv \chi'' + Q \phi_1 J(\tau) \frac{\partial J(\tau)}{\partial \tau} = 0 \quad (5.32)$$

где $\chi_0 = x_0/R_1$ – безразмерное значение начальной координаты частицы, ϕ_1 – соответствующая постоянная.

Найдем скорость частицы $\chi'(\tau)$ из (5.32), проинтегрировав его один раз

$$v(\tau) \equiv \chi'(\tau) = v_0 - Q \phi_1 \frac{J^2(\tau)}{2} \quad (5.33)$$

где мы приняли, что в начальный момент амплитуда импульса тока была равна нулю $J(\tau=0)=0$. Если, в простейшем случае, функция тока имеет вид синусоиды $J = \sin(\omega t) \equiv \sin(\tau)$, то

$$v(\tau) = v_0 - \frac{Q \phi_1}{2} \sin^2(\tau) \quad (5.34)$$

где $v_0 = v_0 \omega R_1$ – безразмерное значение начальной скорости частицы и $Q \phi_1 < 0$. Данное приближённое решение [100, 101] достаточно точно описывает эволюцию скорости частицы, которую частица приобретает в результате воздействия на нее нестационарным и слабо неоднородным магнитным полем на оси симметрии одной магнитной катушки. На Рисунке 5.3 приведены графики смещения и скорости частицы на основании численного решения уравнения движения (5.23) с силой в форме (5.21).

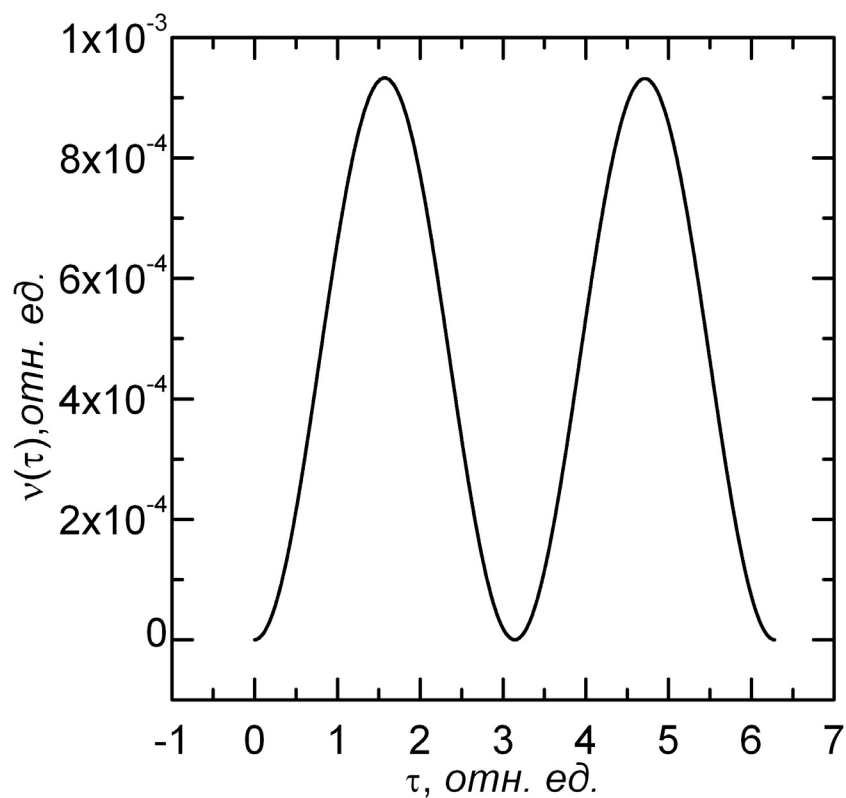
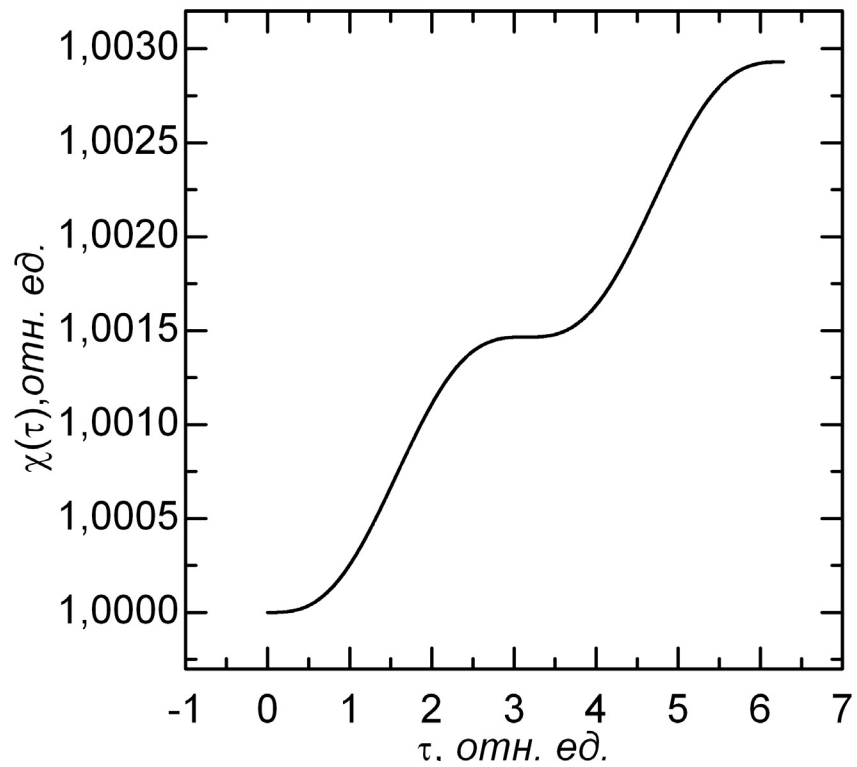


Рисунок 5.3. Пример численного решения уравнения (5.23) с начальными условиями (5.40) при нулевой начальной скорости и начальной координате частицы $\chi_0=1$. Рассмотрено движение медной частицы ($R=0.1$ мм) за полный период импульса тока. Параметры катушки $R_1=1$ мм, $R_2=10$ мм и $N=10$. Импульс тока имеет амплитуду $I_0=5$ кА и длительностью $T=100$ мкс

Решение (5.34) в наглядной форме демонстрирует результаты численных расчётов для Рисунка 5.3. Основное наблюдение здесь заключается в том, что частица не приобретает достаточной скорости в конце импульса благодаря взаимодействию магнитного момента тока с внешним магнитным полем, если импульс спадает до нуля. В таком случае только начальное значение скорости в (5.33), в том числе и в (5.34), оказывает наиболее существенное влияние на формирование конечной скорости.

Современная электрофизическая техника позволяет создавать условия для формирования мощных кратковременных импульсов тока, кратных полупериоду синусоиды, притом что максимальное значение скорости, в данной конфигурации, частица приобретает при $\tau=\pi/2$ и $\tau=3\pi/2$. И, хотя максимальное значение скорости и достигает $5-10$ см/с, что вполне достаточно для сепарации – конечная скорость составляет не более 10^{-3} см/с.

В предложенной конфигурации магнитного поля, увеличение амплитуды тока не приводит к желаемому результату, так как частица фактически теряет всю набранную за четверть периода скорость. Частица выталкивается в область более слабого поля, когда $B(x,t)$ нарастает за четверть периода импульса, а затем точно также втягивается обратно. Далее, когда поле меняет знак, происходит аналогичный процесс, так как при этом и магнитный момент частицы также изменяет знак на противоположный. Изменение начальных условий качественно не меняет картину процесса. Одним из возможных решений проблемы является увеличение длительности импульса тока, но тогда колоссально увеличиваются резистивные потери энергии на обмотке катушки и проводниках установки. Так как в точном выражении для силы (5.21) второе слагаемое характеризует постепенное затухание конечной амплитуды скорости, то увеличение количества полупериодов тока малоэффективно, потому что приводит только к уменьшению максимальной амплитуды скорости. Кроме того, согласно расчётам, очень длительное воздействие установки на субмиллиметровую

частицу не обеспечивает достижение ею даже скоростей порядка $0,5 \text{ см/с}$. Задание ангармонических импульсов в реальности ограничено затухающими сигналами вида $\sin(\tau)\exp(-\alpha\tau)$, которые также знакопеременны, и одновременно приводят к уменьшению полезной амплитуды скорости за счёт уменьшения значения напряжённости магнитного поля со временем. Таким образом, было показано, что система с одной магнитной катушкой не позволяет эффективно ускорять субмиллиметровые проводящие частицы, так как их конечной скорости (порядка десятых долей миллиметра в секунду) просто недостаточно для сепарации.

5.5 Воздействие на проводящую частицу с помощью двух магнитных катушек

В качестве альтернативного варианта была предложена модель установки [100, 101], состоящей из двух плоских магнитных катушек (5.29), расположенных на расстоянии $2d$ друг от друга на их общей оси симметрии. Пусть металлическая частица находится между ними на равном удалении и в начальный момент имеет некоторую скорость v_0 . Будем считать также, что в начальный момент времени частица имеет координату $x_0=0$, тогда катушки находятся в точках с координатами $x=-d$ и $x=d$. Таким образом, поле в начале координат является суперпозицией полей (5.29) в $x=-d$ и $x=d$ соответственно

$$B = B_0 J_1(\tau) \tilde{B}(\chi + l) + B_0 J_2(\tau) \tilde{B}(\chi - l) \quad (5.35)$$

где $l=d/2R_l$ – безразмерный параметр расстояния между катушками.

Основное достоинство предлагаемой выше конфигурации заключается в возможности пропускания через каждую из катушек импульсов тока с разными фазами (в том числе и запаздывающие по времени синусоидальные импульсы одинаковой частоты и амплитуды), что, в свою очередь, даёт возможность задать в точке нахождения частицы ангармоническое суммарное магнитное поле. Это приводит к тому, что в месте нахождения

частицы наблюдается эффект присутствия «бегущего магнитного поля», и в выражении (5.22) изменение градиента поля будет сопровождать изменение производной поля по времени. Таким образом, работа силы (5.22) за один суммарный импульс тока $I_1(t)+I_2(t)$ всегда будет ненулевой.

Для конфигурации (5.35) нетрудно записать уравнение движения для импульсов произвольной формы по аналогии с (5.32)

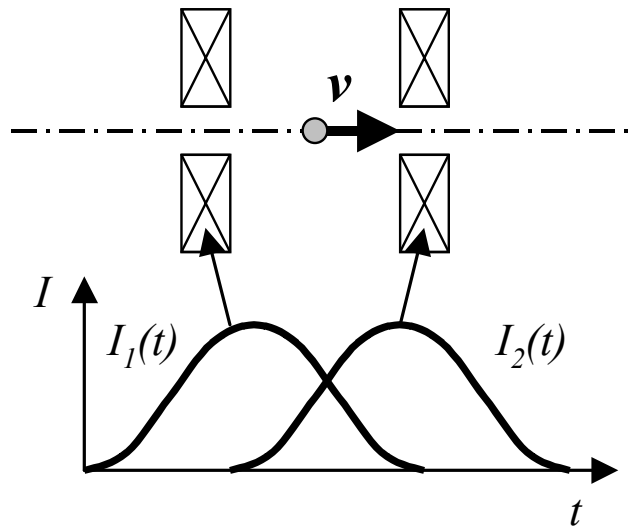


Рисунок 5.4. Схематическое изображение конфигурации установки из двух магнитных катушек, которые используются для создания в точке нахождения частицы бегущего магнитного поля. Ниже изображен график двух импульсов тока, имеющих равные частоты и амплитуды, но запаздывающие на некоторое время $T_0 < T$.

$$\chi'' + Q(J_2 - J_1) \left(\tilde{B}_1 + \tilde{B}_2 \right) \frac{\partial \left(\tilde{B}_1 + \tilde{B}_2 \right)}{\partial \chi} \frac{\partial (J_1 + J_2)}{\partial \tau} = 0, \quad (5.36)$$

$$Q = \frac{\sigma B_0^2 R^2}{8 \rho R_1^2 \omega} \equiv \frac{\sigma \mu_0^2 R^2 J^2 N^2}{32 \rho R_1^2 \omega (R_1^2 - R_2^2)} > 0$$

Численный анализ (5.36) с начальными условиями (5.24) показывает, что, в течение кратковременного воздействия суммарного импульса поля, частица остается практически неподвижной (Рисунок 5.5).

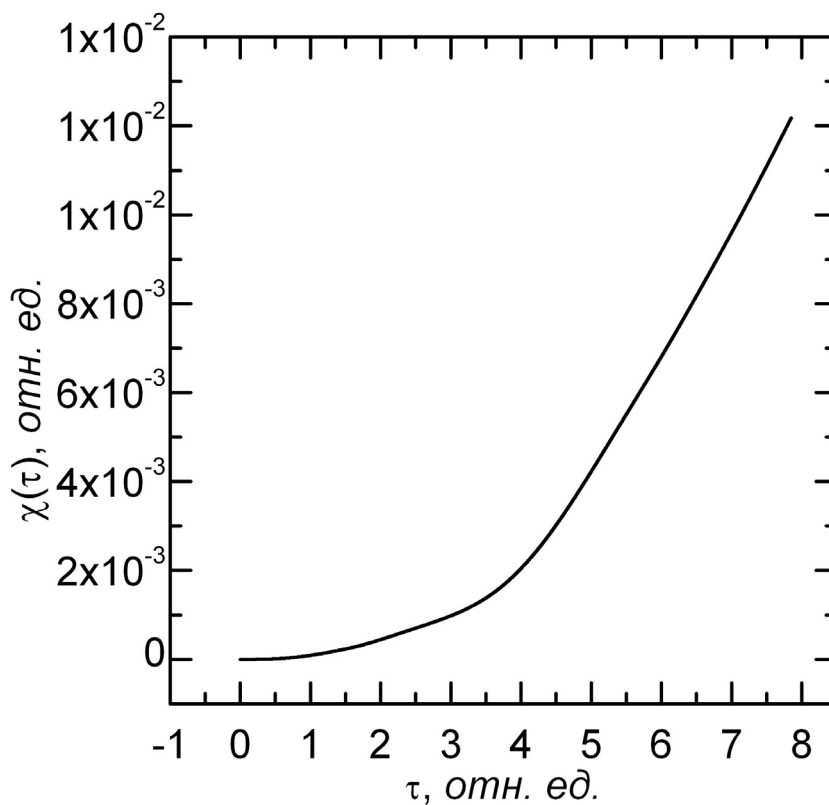
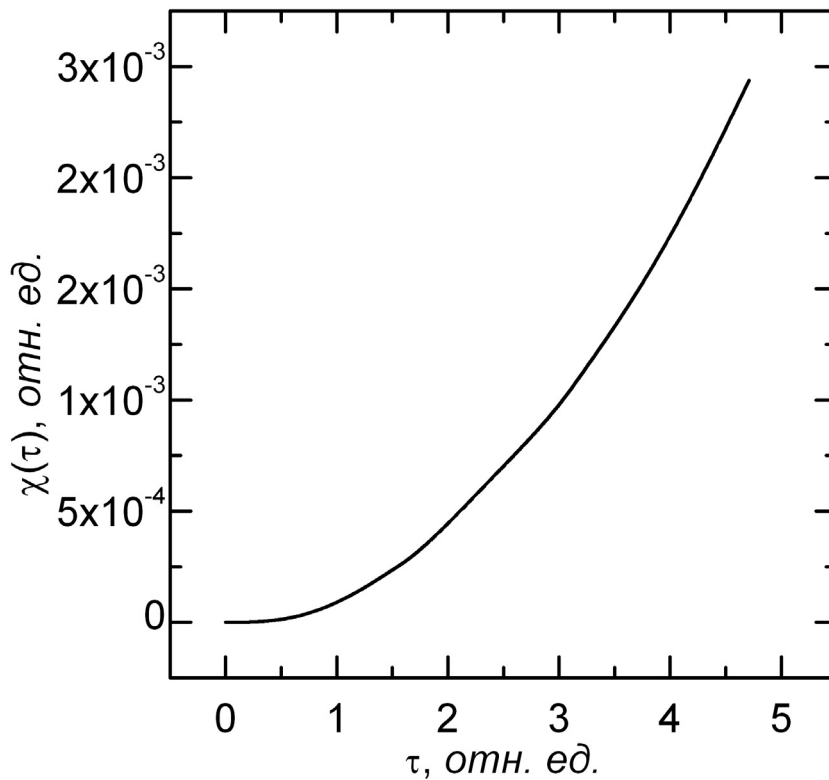


Рисунок 5.5. Типичные графики смещения медной ($R=0.1$ мм) частицы из начального положения в результате воздействия импульсного магнитного поля. Параметры катушек $R_1=1$ мм, $R_2=10$ мм, $N=10$ и $d=3$ мм. Через обмотку каждой из катушек пропускаются синусоидальные импульсы тока длиной в полупериод (верхний график) и полный период колебания (нижний график) с амплитудами $I_0=5$ кА и периодами $T=100$ мкс, один из которых запаздывает во времени на $T_0=25$ мкс

Это наблюдение позволяет, аналогично уравнению из предыдущего раздела (5.32), записать (5.36) в более простой для дальнейшего решения форме

$$\begin{aligned} \chi'' + Q \tilde{B}_1(0) \frac{\partial \tilde{B}_1(0)}{\partial \chi} (J_2 - J_1) \frac{\partial (J_1 + J_2)}{\partial \tau} &\equiv \\ &\equiv \chi'' + Q \phi_2 (J_2 - J_1) \frac{\partial (J_1 + J_2)}{\partial \tau} = 0 \end{aligned} \quad (5.37)$$

где ϕ_2 – постоянная, которая определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \phi_2 \equiv \tilde{B}_1(0) \frac{\partial \tilde{B}_1(0)}{\partial \chi} = l \frac{\ln \left(\frac{\Pi + \sqrt{\Pi^2 + l^2}}{1 + \sqrt{1 + l^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 + l^2}} - \frac{\Pi}{\sqrt{\Pi^2 + l^2}} \right)}{\frac{\Pi + \sqrt{\Pi^2 + l^2}}{1 + \sqrt{1 + l^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 + l^2}} - \frac{\Pi}{\sqrt{\Pi^2 + l^2}}} \times \\ \times \left(\frac{1}{\sqrt{\Pi^2 + l^2} (1 + \sqrt{1 + l^2})} - \frac{\Pi + \sqrt{\Pi^2 + l^2}}{(1 + \sqrt{1 + l^2})^2 \sqrt{\Pi^2 + l^2}} - (1 + l^2)^{-\frac{3}{2}} + l(\Pi^2 + l^2)^{-\frac{3}{2}} \right) \end{aligned} \quad (5.38)$$

Чтобы получить приближённое аналитическое решение уравнения (5.37), ограничимся в рассмотрении синусоидальными функциями тока с равными амплитудами и частотами:

$$\begin{aligned} I_1(t) &= I_0 \sin(\omega t), \quad 0 \leq t \leq \frac{Tn}{2} \\ I_2(t) &= I_0 \sin(\omega t - \omega T_0), \quad T_0 \leq t \leq T_0 + \frac{Tn}{2} \end{aligned} \quad (5.39)$$

где T_0 – время запаздывания, n – количество полупериодов. В остальные моменты времени тока в катушках нет (Рисунок 5.4).

Общий вид приближённого решения уравнения движения (5.37) получается элементарно путём однократного интегрирования

$$v(\tau) \equiv \chi'(\tau) = v_0 + Q \phi_2 \int (J_1 - J_2) \frac{\partial (J_1 + J_2)}{\partial \tau} d\tau \quad (5.40)$$

Из приведённой выше формулы (5.40) следует, что при одинаковых импульсах тока, скорость частицы тривиально определяется только начальным значением, то есть мы получаем результат аналогичный случаю с одной катушкой. Рассмотрим два примера решений, построенных по приближённой формуле (5.40), где в качестве I_1 и I_2 используются функции тока (5.39). В первом случае рассмотрим импульсы тока в катушках, каждый из которых длится половину периода ($n=1$), во втором – два полнопериодных импульса ($n=2$)

$$v(\tau) = \begin{cases} v_1(\tau) = v_0 + Q\phi_2 \frac{\sin^2(\tau)}{2}, & 0 \leq \tau \leq \tau_0 \equiv T_0\omega \\ v_2(\tau) = v_1(\tau_0) + \frac{Q\phi_2}{4} \{ \cos(2\tau - 2\tau_0) + \cos(2\tau_0) - \cos(2\tau) + \\ \quad + (4\tau - 4\tau_0)\sin(\tau_0) - 1 \}, & \tau_0 \leq \tau \leq n\pi \\ v_3(\tau) = v_2(n\pi) + Q\phi_2 \frac{\sin^2(\tau_0)}{2} - Q\phi_2 \frac{\sin^2(\tau - \tau_0)}{2}, & n\pi \leq \tau \leq n\pi + \tau_0 \end{cases} \quad (5.41)$$

где предполагается, что T_0 не превышает полупериода, так как иначе в случае $n=1$ мы получаем два отдельных импульса тока в катушке и тривиальный результат вида (5.34). По тем же причинам для $n=2$ полагаем, что T_0 не превышает полного периода колебаний.

Исходя из того, что практический интерес представляют значения скорости (5.41) в конце одно- и двухполупериодного импульсов соответственно, то будем непосредственно анализировать только функцию $v(\tau_0 + n\pi) = v_3(\tau_0 + n\pi)$. Численные расчёты показали, что она имеет максимум в точке $\tau_0 \approx 0,36\pi$ для $n=1$ и $\tau_0 \approx 0,43\pi$ для $n=2$. Таким образом, наиболее оптимальным режимом протекания токов через катушки будет являться режим запаздывания одного из импульсов тока на время, равное приблизительно $T_{max} \approx 0,18T$ для полупериодных импульсов и $T_{max} \approx 0,21T$ – для двухполупериодных (Рисунки 5.6 и 5.7). Приближённая формула (5.41) даёт достаточную точность по сравнению с результатами численных расчётов вследствие корректности используемых приближений.

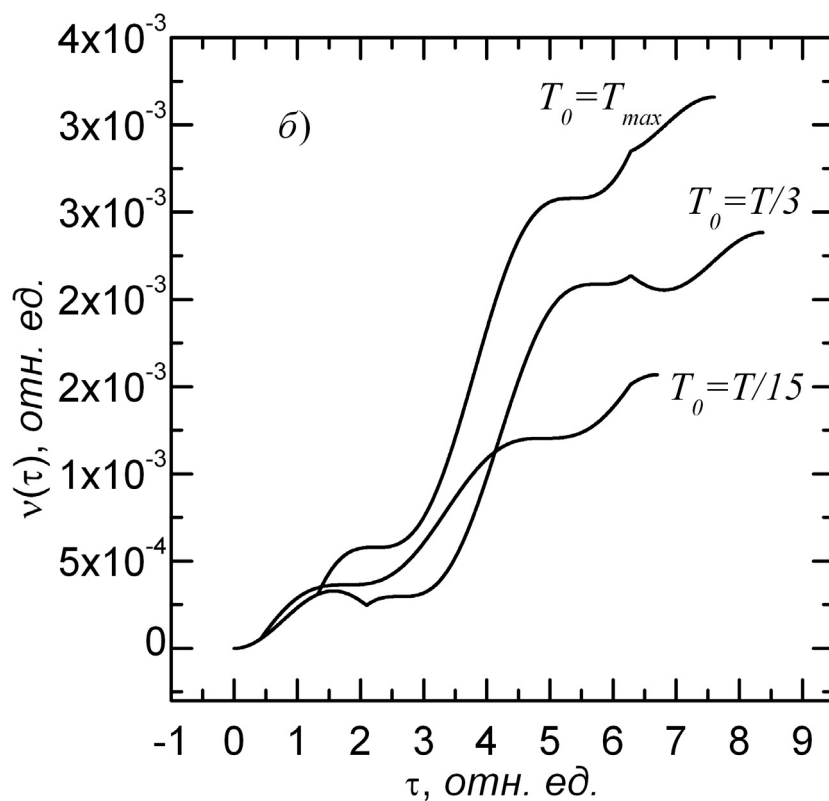
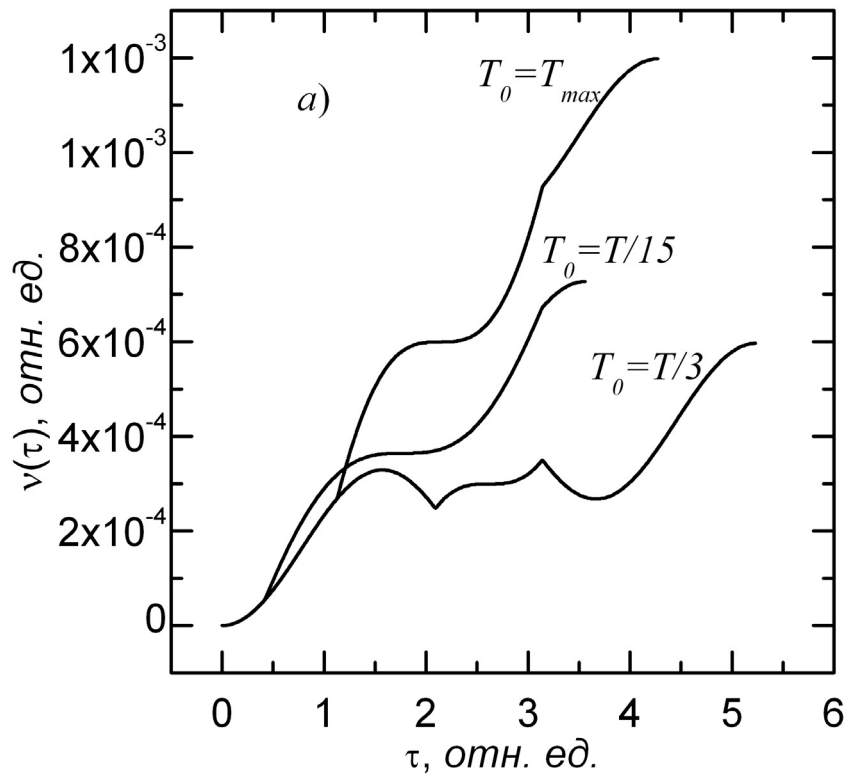


Рисунок 5.6. Зависимости скоростей частицы ($R=0.1$ мм) от времени для (а) одно- и (б) двухполупериодных импульсов тока с различными временами запаздывания T_0 одного из них при нулевой начальной скорости частицы $v_0=0$. Параметры катушек $R_1=1$ мм, $R_2=10$ мм, $N=10$ и $d=3$ мм. Через обмотку каждой из катушек пропускаются импульсы тока с амплитудами $I_0=5$ кА и периодами $T=100$ мкс

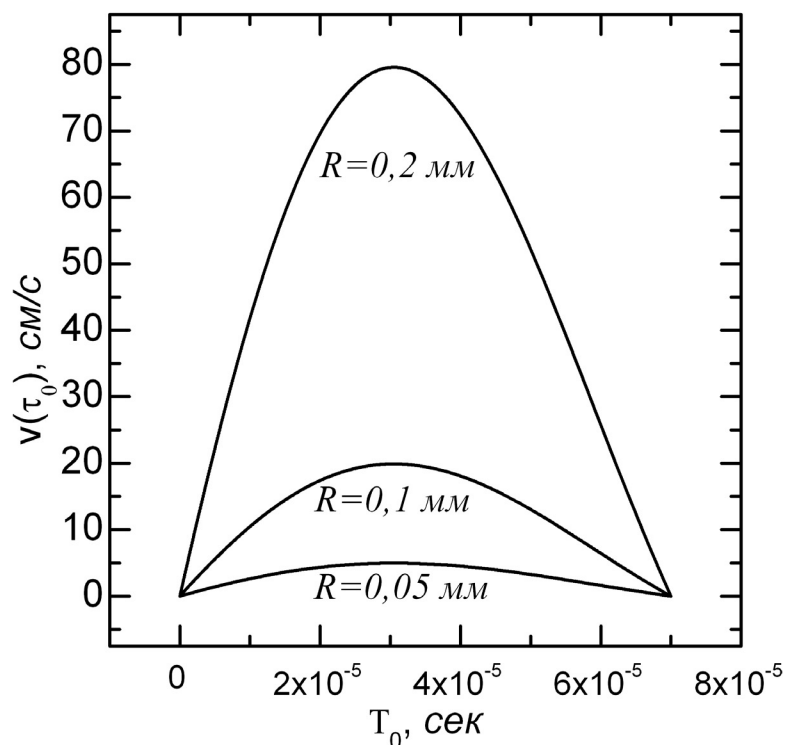


Рисунок 5.7. Зависимости скоростей частиц субмиллиметровых размеров в конце суммарного импульса тока от значения времени относительного запаздывания импульса T_0 в катушках. Параметры катушек $R_1=1$ мм, $R_2=10$ мм, $N=10$ и $d=3$ мм. Через обмотку каждой из катушек пропускаются двухполупериодные импульсы тока одинаковой полярности с амплитудами $I_0=5$ кА и периодами $T=140$ мкс

Приближённые аналитические выражения (5.40) и (5.41) показывают, что функция скорости частицы, которая не успевает значительно сдвинуться за время суммарного импульса тока в катушках, аддитивно включает начальное значение v_0 , несмотря на то, что первоначальное уравнение движения существенно нелинейно. Проявление нелинейности задачи сводится к медленным, в данной конфигурации полей, диссипативным процессам, приводящим к снижению конечной амплитуды скорости после истечения достаточно продолжительного времени (нескольких сотен периодов).

Другим важным результатом анализа приближённого аналитического решения (5.41) в [100, 101] является тот факт, что наибольшую скорость частица может приобретать (см. Рисунок 5.4) в течение времени, когда включены обе катушки. Этот участок имеет достаточно сложную, в общем случае немонотонную, зависимость от параметров τ и T_0 . В частности, можно заметить, что для некоторых значений T_0 скорость в этот промежуток

времени может уменьшаться, что происходит вследствие временной переориентации магнитного момента частицы относительно направления поля. Несмотря на это, конфигурация катушек, создающая «бегущее магнитное поле», в целом приводит к росту конечной скорости при условии приближения T_0 к значениям, при которых скорость принимает максимальное значение - T_{max} .

Исходя из сравнений влияния одно- и двухполупериодных импульсов тока на поведение частицы можно утверждать, что конечная скорость тем больше, чем длиннее суммарный импульс тока, при условии запаздывания на $T_0 \approx T_{max}$. Время эффективного относительного запаздывания импульсов тока зависит T_0 от продолжительности последних, но оно не превышает полупериода. Для медной частицы размером $R=10^{-4}$ м конечная скорость в данной конфигурации составляет от 7~19 см/с при токах порядка 3-5 кА с периодом около 100 мкс.

В случаях, когда нет возможности генерировать импульсы тока большой амплитуды, предлагается пропускать через катушки N -полупериодные импульсы и добиваться желаемой скорости в конце импульса. Ниже, на Рисунке 5.8, проиллюстрирована ситуация, в которой через катушки пропускается ток малой амплитуды, недостаточный для сообщения существенного импульса частице за время, равное полупериоду. Увеличивая время воздействия до трёх полных периодов в каждой катушке, мы получаем скорость около 11 см/с, притом, что смещение частицы из точки с координатами $\chi(\tau=0)=0$ составляет не более $2 \cdot 10^{-3}$ см. Данный способ наращивания скорости в конце суммарного импульса применим даже в том случае, когда T_0 для конкретной установки выбран неоптимально, и результирующая сила меняет своё направление в течение одного импульса.

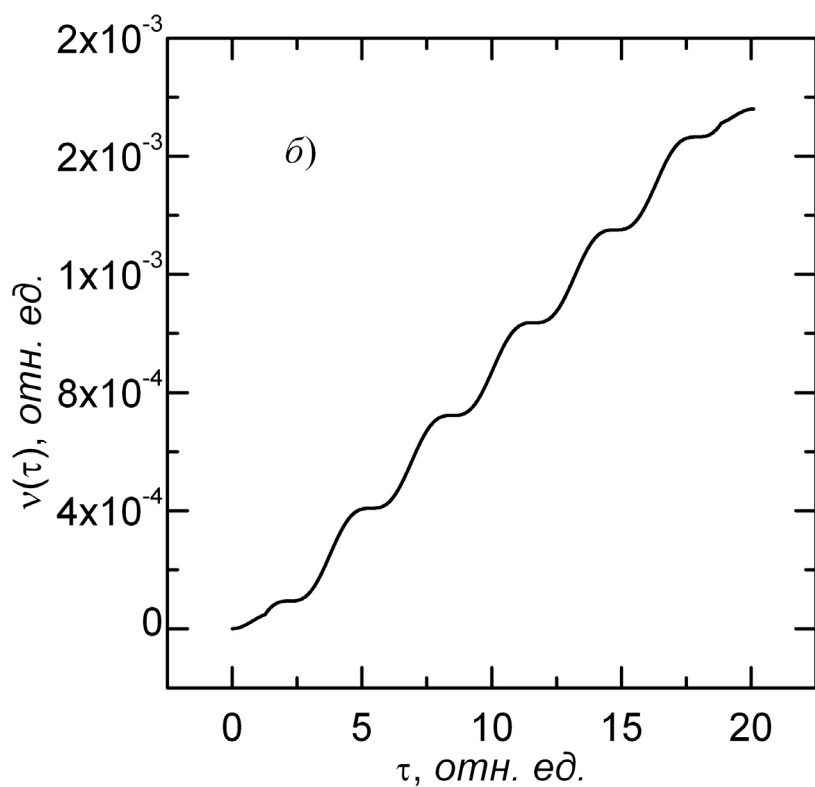
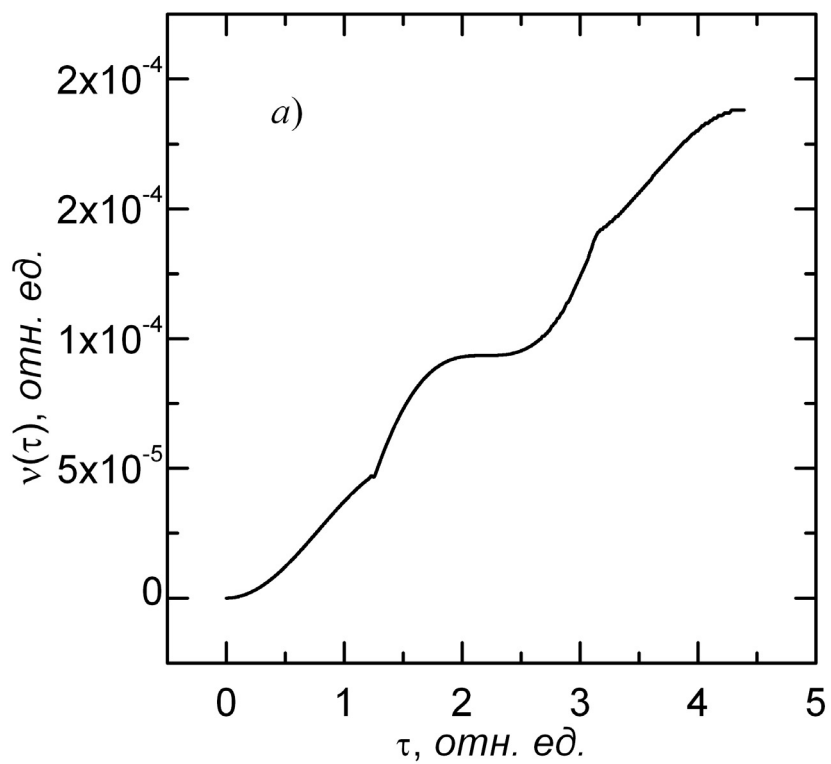


Рисунок 5.8. Зависимости скоростей частицы от времени для: а) одного полного периода и б) трёх полных периодов импульсов тока с фиксированным временем запаздывания второго импульса T_0 и при равных начальных значениях.

Эффективность ускорения проводящих объектов с помощью установки с двумя катушками объясняется тем, что создаваемое ими в точке нахождения частицы суперпозиция полей в целом способствует сохранению знака силы (5.22).

В моменты времени, когда производная напряжённости магнитного поля по времени меняет знак - продольная компонента градиента поля также меняет знак, так что сила (5.22), при правильном подборе T_0 (оптимальное значение) всегда остается положительной. В точном выражении для силы Ампера, действующей на ограниченный в пространстве ток (5.22), второе слагаемое всегда остается положительным и дающим несущественный вклад в конечное значение механического импульса частицы.

Следует сказать несколько слов о том, что, исходя из общих соображений, оригинальная формула (5.15) является приближённой. Если предполагать, что сила взаимодействия магнитного момента с полем имеет лагранжевую природу, то она запишется в виде соотношения

$$\vec{F} = -\nabla U = \nabla(\vec{\mu} \vec{B}) \quad (5.42)$$

Если теперь раскрыть выражение градиент скалярного произведения в (5.42), то мы получим следующие два слагаемых

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \nabla) \vec{B} + \vec{\mu} \times \text{rot } \vec{B} \quad (5.43)$$

Здесь первое слагаемое представляет собой выражение (5.15), второе же слагаемое мы принимаем равным нулю, так как считаем внешнее поле в объёме частицы безвихревым. Тем самым пренебрегается вкладом скин-эффекта в общий эффект для субмиллиметровых частиц. В ранее изложенном выводе, это приближение использовано на этапе вывода (5.14). Непосредственно из оценки масштабов скин-слоя в металле [104] можно получить следующий критерий применимости формулы (5.15)

$$T \gg \mu_0 \sigma R^2 \quad (5.44)$$

где T – время импульсного воздействия магнитного поля на частицу. На основании (5.44) можно установить, что для субмиллиметровых частиц $R < 0.5$ мм допустимая длина сильноточного импульса лежит за пределами сотни микросекунд. При необходимости проведения расчётов движения частиц в сверхвысокочастотных полях, необходимо решать уравнение движение с силой в виде (5.43), однако для имеющихся экспериментальных установок этого уточнения не требуется.

5.6 Выводы к Главе 5

Проведённый теоретический анализ проблемы электромагнитной сепарации мельчайших проводящих частиц привёл к следующим выводам:

- В существующих условиях эффективная электромагнитная сепарация мелких частиц возможна только при использовании двух магнитных катушек, каждая из которых подключена к собственному источнику тока. Использование одной магнитной катушки не позволяет получать достаточные скорости у металлических частиц в конце импульса тока, независимо от мощности источника. Это связано с переориентацией магнитного момента частицы в ответ на гармоническое изменение напряжённости магнитного поля. При этом максимальное (промежуточное) значение скорости может достигать нескольких см/с, но, по окончании импульсного воздействия магнитного поля, частица полностью теряет приобретённую кинетическую энергию.
- На основании численных и приближённых аналитических расчётов [100, 101] можно однозначно утверждать, что для достижения значительных конечных скоростей частицы необходимо задавать относительное запаздывание T_0 импульсов тока в катушках друг относительно друга, тем самым обеспечивая создание эффекта «бегущего» магнитного поля в точке нахождения частицы.

Эффективное значение параметра относительного запаздывания T_0 определяется продолжительностью импульса, однако оно никогда не превышает величины $Tn/2$, так как это необходимо для поддержания эффекта «бегущего поля» в точке нахождения частицы. Для конфигурации установки с двумя магнитными катушками увеличение суммарной продолжительности импульса тока приводит к существенному росту конечной скорости частицы даже при малых мощностях импульсов, подводимых к электромагнитам.

- Сопоставление приближённого аналитического решения дифференциального уравнения для неподвижной частицы и численного решения уравнения (5.32) и (5.36) позволяет с уверенностью сказать, что частица остается практически неподвижной при кратковременном воздействии на неё магнитных полей. Интересно, что характер динамики проводящего объекта описывается линейным дифференциальным уравнением, которое получается из нелинейного (5.32) или (5.36) путём линеаризации. Решение линеаризованного уравнения, в частности, указывает на аддитивный характер зависимости решений (5.32) и (5.36) от начальной скорости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ ПО ДИССЕРТАЦИИ

Интерес к изучаемым в диссертационной работе теоретическим моделям изначально был инициирован необходимостью разрешения ряда принципиальных вопросов, абстрактное представление о которых сформировалось при изучении общих физических закономерностей, но конкретное решение до сих пор представляло определенные трудности. В одинаковой степени это справедливо для обоих тематических разделов представленной работы. Так, например, было отмечено во введении, что, с точки зрения экспериментальной физики, вопросы протекания самостоятельного тока в газах изучены достаточно последовательно. Проблема заключалась в том, что построение наглядных моделей, исходя из общепринятых экспериментальных представлений, приводило к серьёзным физическим противоречиям. Эти недостатки были причиной тому, что сама возможность создания упрощённой модели нормального тлеющего разряда некоторым исследователям казалась сомнительной. Чисто феноменологически возможность электродинамического ускорения проводящих частиц также казалась очевидной, однако детальное исследование этой проблемы не проводилось. Со временем актуальность вопросов, связанных с теоретическим исследованием нормального тлеющего разряда и его обобщений, а также специальных вопросов классической электродинамики, возросла, что объяснялось, прежде всего, практической необходимостью.

Особенность авторского подхода к изложенным здесь вопросам заключалась в повышенном внимании к физической стороне рассматриваемых явлений. Это выражалось, прежде всего, в старании избежать слишком конкретных (а потому и чрезмерно усложнённых) математических моделей, исследование которых обычно проводится только

численными методами. Немаловажен и тот факт, что автор стремился при этом максимально приблизить параметры рассматриваемых теоретических моделей к условиям физического эксперимента.

В общем, подводя итог диссертационной работе, автор логически приходит к следующим **выводам**:

1. Впервые построена одномерная теоретическая модель нормального тлеющего разряда высокого давления с объёмной гибелью заряженных частиц, скорости которых определяются только локальными значениями напряжённости электрического поля. Модель позволяет оценивать длину катодного слоя, напряжение горения и полную плотность тока для произвольного газа или газовой смеси. Для целого ряда газов – азота, аргона, криптона, гелия, водорода, воздуха, ксенона – для которых горение нормального тлеющего разряда исследовано наиболее полно, впервые получено хорошее согласие с экспериментом. Данная модель позволяет также корректно оценивать параметры слабо аномального тлеющего разряда в произвольном газе высокого давления. К числу несомненных достоинств теории следует отнести наличие точного решения, упрощающего рассмотрение всех физических параметров задачи.
2. На основании предложенной автором теории нормального тлеющего разряда повышенного давления была сформулирована модель объёмного разряда с внешней ионизацией газа в промежутке и дополнительной эмиссией электронов с катода. Среди наиболее значимых результатов новой модели следует отметить возможность построения непрерывной вольтамперной характеристики разряда в коротком разрядном промежутке, начиная с плотностей токов, соответствующих несамостоятельному режиму горения разряда, и заканчивая плотностями тока, соответствующих слабо аномальному тлеющему разряду. Здесь же изложен метод упрощённого расчёта

катодного падения напряжения, основанный на добавлении падения напряжения на столбе плазмы к значениям, полученным для короткого промежутка.

3. Впервые подробно изучена возможность электродинамической сепарации проводящих частиц субмиллиметровых размеров посредством воздействия на них нестационарного и слабо неоднородного магнитного поля. Было показано, что в условиях, которые можно создать с помощью современной электрофизической техники, максимальное значение скорости, которое можно сообщить субмиллиметровой частице составляет десятки сантиметров в секунду. Анализ возможных конфигураций магнитного поля показал, что наиболее важной расчётной характеристикой является значение скорости объекта в конце импульса поля. Установлено, что достичь значительных конечных скоростей возможно только при такой конфигурации установки, в которой в точке нахождения частицы создаётся «бегущее» магнитное поле. Такая конфигурация полей, в простейшем случае, создаётся двумя одинаковыми соосно расположенными катушечными электромагнитами концентрической формы, через которые пропускаются мощные запаздывающие друг относительно друга синусоидальные импульсы тока. С помощью приближённого аналитического решения уравнения движения частицы, для простейших форм импульсов, установлены параметры времени оптимального запаздывания, соответствующие наибольшему значению конечной скорости.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность за помощь и постоянное содействие в работе своему научному руководителю, доктору физико-математических наук Козыреву Андрею Владимировичу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток.– М.: Наука, 1971.– 544 с.
2. Энгель А. Ионизованные газы: Пер с англ./ Под ред. Иоффе М.С.– М.: Физматгиз, 1959.– 221 с.
3. Райзер Ю.П. Физика газового разряда.– М.: Наука, 1987.– 592 с.
4. Райзер Ю.П. Основы современной физики газоразрядных процессов.– М.: Наука, 1980
5. Ховатсон А.М. Введение в теорию газового разряда: Пер. с англ. – М.: Атомиздат, 1980
6. Райзер Ю.П. Оптические разряды: Обзор // Усп. физ. наук.– 1980.– Т.132.– С.549
7. Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н. Продольная микроструктура катодных частей тлеющего разряда // ТВТ, 1991, Т. 29, В. 6, С. 1041-1052
8. Kolobov V.I., Tsendin L.D. Analytic model of short glow discharge in light gases // Phys.Rev. – 1992. - v.A46, N 12, p. 7837–7852.
9. Кармазин В.В., Кармазин В.И. Магнитные, электрические и специальные методы обогащения полезных ископаемых. Том 1. Магнитные и электрические методы обогащения полезных ископаемых. - М.: Издательство МГГУ, 2005 - 670 с.
10. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Ленинград ОГИЗ Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1946. - 660 с.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1973. – 509 с.
12. Cherrington В.Е. Gaseous Electronics and Gas Laser. – Oxford; N.Y.: Pergamon Press, 1982.
13. Капцов Н.А. Физические явления в вакууме и разреженных газах.– М.: ОНТИ, 1937.– 440 с.

14. Шимони К. Физическая электроника: Пер. с нем./ Под ред. Раховского В.И.– М.: Энергия, 1977.– 606 с.
15. Francis G. Encyclopedia of Physics. – Berlin, Springer, 22 – 1959.
16. Seeliger R. Physik der Gasentladungen. – Leipzig, Barth - 1934.
17. Seeliger R., Mierdel K. // Hdb. d. Exp. Phys. – 1929. - 13/3, Akad. Verlag, Leipzig
18. Smith T. et al. // Proc. Leeds Phil. Soc. – 1949. - 5/3, 207
19. von Engel A. A theory of the Anode Fall in Glow Discharges // Phil. Mag. – 1941. - 32, pp. 417-426
20. Chaundy C. J. E. The anode fall in a glow discharge // Br. J. Appl. Phys. – 1954. - 5, pp. 255-256
21. Tyndall A.M. Mobility of Positive Ions. – Cambridge Tracts – 1939.
22. Thomas L.H., Bennet W.H. Mobility in Some Free Electron Gases // Phys. Rev. – 1942. - 62, 41
23. Munson R. J., Tyndall A.M. The mobility of positive ions in their own gas // Proc. Roy. Soc. – 1941. - A177, № 969, pp. 187-191
24. Biondi H., Chanin L. Mobilities of Atomic and Molecular Ions in the Noble Gases // Phys. Rev. – 1954. - 94, 910
25. Hornbeck J. A. The Drift Velocities of Molecular and Atomic Ions in Helium, Neon, and Argon // Phys. Rev. – 1951. - 84, 615
26. Hornbeck J. A. The Mobilities of Molecular and Atomic Rare Gas Ions in the Parent Gases: Helium, Neon, and Argon // Phys. Rev. Lett. – 1950. - 297
27. Bradbury N.E., Nielsen R. A. Absolute Values of the Electron Mobility in Hydrogen // Phys. Rev. – 1936. – 49, 388
28. Bradbury N.E., Nielsen R.A. Electron and Negative Ion Mobilities in Oxygen, Air, Nitrous Oxide and Ammonia // Phys. Rev. – 1937. – 51, 69
29. Gill E.W., von Engel A. Starting potentials of electrodeless discharges // Proc. Roy. Soc. – 1949. – A197, №1048, pp. 107-124
30. Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б. Теория искры. – М.: Атомиздат, 1975

31. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда – М.: Госатомиздат, 1961, 342 с.
32. Huxford W.S. Townsend Ionization Coefficients in Cs-Ag-O Photo-Tubes Filled with Argon // *Phys. Rev.* – 1939. - 55, 754
33. Hale D.H. The Townsend Coefficients for Ionization by Collision in Pure and Contaminant Hydrogen as a Function of the Cathode Material // *Phys. Rev.* – 1939. – 55, 815
34. Hale D.H. The Townsend Ionization Coefficients for Ni and Al Cathodes in an Atmosphere of Hydrogen // *Phys. Rev.* – 1939. – 56, 1199
35. Hornbeck J.A., Wannier G.H. Cross Sections for Ion-Atom Collisions in He, Ne, and A // *Phys. Rev. Lett.* – 1951. - 458
36. Baderen E., Brateseu G.G. // *Bull. Soc. Roumain Phys.* – 1944. – 45, 9
37. Gaanger B. *Der Elektrische Durchschlag von Gasen* – Berlin, 1953
38. Masch K. Über Elektronenionisierung von Stickstoff, Sauerstoff und Luft bei geringen und hohen Drucken // *Arch. Elektrot.* – 1932. – 26, 587
39. Sanders F.H. The Value of the Townsend Coefficient for Ionization by Collision at Large Plate Distances and Near Atmospheric Pressure // *Phys. Rev.* – 1932. – 41, 667
40. Sanders F.H. Measurement of the Townsend Coefficients for Ionization by Collision // *Phys. Rev.* – 1933. – 44, 1020
41. Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Автоэмиссионные и взрывные процессы в газовом разряде – Новосибирск, Наука, 1982, 256 с.
42. Little P.F. *Handbuch der Physik* – Berlin, 1956
43. Little P.F., von Engel A. The hollow-cathode effect and the theory of glow discharges // *Proc. Roy. Soc.* – 1954. – A224, №1157, pp. 209-227
44. Энгель А., Штенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. Т. 2. Свойства газовых разрядов. Технические применения. – М.: ОНТИ НКТП СССР, 1936, 383 с.
45. Мирдель Г. *Электрофизика* – М.: Мир, 1972, 608 с.

46. Гусева Л.Г. Зажигание разряда в молекулярных газах при $pd > (pd)_{min}$. – Исследования в области электрического разряда в газах. - 1958. – с.7-16 (Труды ВЭИ, вып. 63)
47. Гусева Л.Г. Зажигание разряда в неоднородных полях при низких давлениях газа. - Исследования в области электрического разряда в газах. - 1958. – с.17-37 (Труды ВЭИ, вып. 63)
48. Покровская-Соболева А.С., Клярфельд Б.Н. Зажигание высоковольтной формы разряда в водороде при больших разряжениях. // ЖЭТФ – 1957. – т. 32, вып. 5, с. 993-1000
49. Дикиджи А.Н., Клярфельд Б.Н. Напряжение зажигания разряда в He, Ne, Ar, Kr и Xe. // ЖТФ – 1955. – т. 25, вып. 6, с. 1038-1044
50. Boyle W.S., Kisliuk P. Departure from Paschen's law of breakdown in gases. // Phys. Rev. – 1955. – v. 97, N 2, p. 255-259
51. Клярфельд Б.Н., Гусева Л.Г., Покровская-Соболева А.С. // Proc. 7th Intern. Conf. on Phen. In Ioniz. Gases, Beograd, 1965
52. Клярфельд Б.Н., Гусева Л.Г., Покровская-Соболева А.С. Тлеющий разряд при низких давлениях и плотностях тока до $0,1 \text{ а/см}^2$ // ЖТФ – 1966. – 36, №4, с. 704-713
53. Абрамович Л.Ю., Клярфельд Б.Н., Настич Ю.Н. Сверхплотный тлеющий разряд с полым катодом // ЖТФ – 1966. – 36, №4, с. 714-719
54. Lucas J. The electric field distribution during the transition from Townsend to glow discharge in low pressure argon gas // Brit. J. Appl. Phys. – 1963. – 14, pp. 714-716
55. Steubing W. Feldverteilung und Fehlerquellen im Starkeffekt nach der Lo Surdo-Methode // Ann. Phys. – 1931. - 10, 296
56. Nahemow M., Wainfan N. Study of the Cathode-Fall region in Pulsed Glow Discharge. // J. Appl. Phys. – 1963. – 34, 2988
57. Brederlow G. Der Potential und Feldstärkeverlauf im Kathoden fallgebiet von Glimmentladungen. // Ann. Phys. – 1958. – B. 1, H. 6-8, S. 359-376

58. Stein R.P. Electrical Fields in the Crookes Dark Space of a Low Pressure Glow Discharge in Air and N₂ // Phys. Rev. – 1953. – 89, 134
59. Warren R. Field Measurements in Glow Discharges with a Refined Electron Beam Probe and Automatic Recording // Phys.Rev. – 1955. – 98, 1650
60. Warren R. Measurement of Electric Fields as Applied to Glow Discharges // Rev. Sci. Instr. – 1955. – v. 26, № 8, pp. 765-772
61. Pringle D., Farvis W. Screened Probe Measurements in the Helium Negative Glow // Proc. Phys. Soc. – 1955. – B68, pp. 836-848
62. Ward A.L. Effect of Space Charge in Cold-Cathode Gas Discharge // Phys. Rev. – 1958. – 112, 1852
63. Ward A.L. Calculations of Cathode-Fall Characteristics // J. Appl. Phys. – 1962. – 33, 2789
64. Ульянов К.Н. Теория нормального тлеющего разряда при средних давлениях // ТВТ. – 1972 – т.10, № 5, с. 931-938
65. Райзер Ю.П. Современный уровень понимания явлений в катодных частях тлеющего разряда // ТВТ – 1986. - т. 24, № 5, с. 984-994.
66. Кожевников В.Ю., Козырев А.В., Королев Ю.Д. Теория нормального тлеющего разряда повышенного давления // Известия ВУЗов. Физика. – 2006. - №2, с. 71-77
67. Кожевников В.Ю., Козырев А.В., Королев Ю.Д. Дрейфовая модель прикатодных областей тлеющего разряда // Физика плазмы. – 2006.- т.32, № 11, с. 1027-1038
68. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984, 832 с.
69. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971
70. Corless R.M., Gonnet G.H., Hare D.E.G., Jeffrey D.J., Knuth D.E. On the Lambert W Function // Advances in Computational Mathematics – 1996.- N 5, p. 329-359

71. Boyle W.S., Haworth F.E. Glow to Arc Transition. // Phys. Rev. – 1956.- v.101, N 3, p. 935-938
72. Brederlow G. Der Potential und Feldstarkeverlauf im Kathoden fallgebiet von Glimmentladungen // Ann. Phys. – 1958. – B. 1, H. 6-8, S. 359-376
73. Badareu E., Popescu I., Iova I. Vorgänge in den Kathodenteilen von anomalen Glimmentladungen in Helium. // Rev. Phys. Acad. RPR. – 1960. – v. 5, N 3-4, p. 287-293
74. Günterschulze A. Zusammenhang zwischen Stromdichte und Kathodenfall der Glimmentladung bei Verwendung einer Schutzringkathode und Korrektion der Temperaturerhöhung. // Z. Phys. – 1928. – B. 49, H. 5, S. 358-378
75. Günterschulze A. Der Kathodenfall der Glimmentladung in Abhängigkeit von der Stromdichte bei Spannungen bis 3000 Volt.// Z. Phys. – 1930. – B. 59, H. 7, S. 433-445
76. Москалев Б.И. Разряд с полым катодом. – М.: Энергия, 1969, 183 с.
77. Ковальчук Б.М., Кремнев В.В., Месяц Г.А. Лавинный разряд в газе и генерирование нано- и субнаносекундных импульсов большого тока. // Док. АН СССР. – 1970. – т. 191, № 1, с. 76-78
78. Месяц Г.А., Ковальчук Б.М., Поталицын Ю.Ф. Способ осуществления электрического разряда в газе. // Авторское свидетельство № 356824. Бюл. изобр. – 1972. - № 32, с. 114
79. Бычков Ю.Д., Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Импульсный разряд в газе в условиях интенсивной ионизации электронами. // УФН – 1978. – т. 126, вып. 3, с. 451-477
80. Басов Н.Г., Беленов Э.М., Данилычев В.А. и др. Газовые лазеры при высоких давлениях. // Письма в ЖЭТФ – 1971. – т. 14, вып. 7, с. 421-426
81. Ковальчук Б.М., Кремнев В.В., Месяц Г.А., Поталицын Ю.Ф. Разряд в газе высокого давления, инициируемый пучком быстрых электронов. // ЖПМТФ – 1971. - № 6, с. 21-29

82. Kovalchuk B.M., Kremnev V.V., Mesyats G.A., Potalytsin Yu.F. Discharge in high pressure gas initiated by fast electron beam. // Proc. X Intern. Conf. on phenomena in ionized gases. – 1971. – Oxford, England, p. 175
83. Басов Н.Г., Беленов Э.М., Данилычев В.А., Сучков А.Ф. Электроионизационные лазеры на сжатом углекислом газе. // УФН – 1974. – т. 114, вып. 2, с. 213-247
84. Fenstermacher C.A., Nutter M.J., Leland W.T., Boyer K. Electronbeam-controlled electrical discharge as a method of pumping large volumes of CO₂-laser media at high pressure. // Appl. Phys. Lett. – 1972. – v. 20, N 2, p. 56-60
85. Garnsworthy R.K., Mathias L.E.S., Carmichael C.H.H. Atmospheric-pressure pulsed CO₂-laser utilizing preionization by high-energy electrons. // Appl. Phys. Lett. – 1971. - v.19, N 12, p. 506-508
86. Велихов Е.П., Голубев С.А., Земцев Ю.К. и др. Несамостоятельный стационарный газовый разряд в смесях N₂ и CO₂ при атмосферном давлении с ионизацией электронным пучком. // ЖЭТФ – 1973. – т. 63, вып. 2(8), с. 543-549
87. Бычков Ю.И., Королев Ю.Д., Месяц Г.А., Хузеев А.П. Плазменный реактор на основе разряда, поддерживаемого электронным пучком. // Док. АН СССР – 1975. – т. 220, № 2, с. 355-357
88. Антипов С.В., Незлин М.В., Снежкин Е.Н., Трубников А.С. Квазистационарная переохлажденная (рекомбинирующая) плазма, создаваемая электронным пучком в плотном газе. // ЖЭТФ – 1973. – т. 65, вып. 5(11), с. 1866-1879
89. Ковальчук Б.М., Королев Ю.Д., Кремнев В.В., Месяц Г.А. Инжекционный тиратрон – ионный прибор с полным управлением. // Радиотехника и электроника – 1976. – т. 21, № 7, с. 1513-1516
90. Ковальчук Б.М., Месяц Г.А. О возможности быстрого обрыва большого тока в объемном разряде, возбуждаемом электронным пучком. // Письма ЖТФ – 1976. – т. 21, вып. 14, с. 644-648

91. Королев Ю.Д., Пономарев В.Б., Сынах В.С. Режимы поддержания тока в катодном слое несамостоятельного объемного разряда, возбуждаемого электронным пучком. // ЖПМТФ – 1979. - № 1, с. 21-25
92. Кожевников В.Ю., Козырев А.В. Расчет вольтамперной характеристики объемного разряда высокого давления с внешней ионизацией газа // Известия ВУЗов. Физика. – 2007. - №8, с. 34-41
93. Kozhevnikov V.Yu., Kozyrev A.V. Theory of Glow Discharge With Additional Ionization // Proceedings of 10th International Conference on Gas Discharge Plasmas and their Technological Applications. – 2007. – Tomsk, pp. 47-48
94. Кожевников В.Ю., Козырев А.В. Вольтамперная характеристика объемного разряда в газе высокого давления // принято к публикации в ТВТ, 2008
95. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука. Физматлит, 1976, 576 с.
96. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. – М.: Наука, 1990, 486 с.
97. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. – М.: Наука, 1966, 579 с.
98. Townsend J.S. Electricity in Gases. – Oxford, 1915
99. Thomson I.J., Thomson G.P. Conduction of Electricity through Gases. – Cambridge, 1928
100. Дядин В.И., Кожевников В.Ю., Козырев А.В., Сочугов Н.С. Импульсная электродинамическая сепарация малых проводящих частиц. // Письма в ЖТФ, 2008, т. 34, вып. 3
101. Дядин В.И., Кожевников В.Ю., Козырев А.В. Электродинамическое ускорение малых проводящих частиц // Известия ВУЗов. Физика. – 2008. - №1

102. Батыгин В.А., Топтыгин И.Н. Сборник задач по электродинамике. – М.: «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, 640 с.
103. Топтыгин И.Н. Современная электродинамика. – М.: «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, 736 с.
104. Леонтович М.А. Избранные труды. Теоретическая физика. – М.: Наука, 1985